



UFR Sciences et Techniques Mathématiques Informatique Automatique  
Ecole Doctorale IAEM - Lorraine



# THÈSE

présentée pour l'obtention du

Doctorat de l'Université Henri Poincaré, Nancy 1  
(Spécialité Automatique)

par

Manuel Adam Medina

## Diagnostic de défauts des systèmes à représentation multi-modèle linéaire invariant dans le temps

soutenue publiquement le 14 octobre 2004

### Composition du jury

#### *Rapporteurs :*

J. P. CASSAR                      Professeur à l'Université de Lille 1, Polytech' Lille  
P. CHARBONNAUD                Professeur à l'École Nationale d'Ingénieurs de Tarbes

#### *Examineurs :*

D. LEFEBVRE                      Professeur à l'Université du Havre  
D. MAQUIN                        Professeur à l'Institut National Polytechnique de Lorraine  
D. SAUTER                         Professeur à l'Université Henri Poincaré, Nancy 1 (Directeur de Thèse)  
D. THEILLIOL                      Professeur à l'Université Henri Poincaré, Nancy 1 (Co-Directeur de Thèse)

#### *Invité :*

B. FUENTES LEMUS              Director General de la Dirección General de Institutos Tecnológicos (Mexique)



Con amor para :  
Don Manuel y Doña Mireya



# Remerciements

Ce travail a été effectué au Centre de Recherche en Automatique de de Nancy (CRAN - CNRS UMR 7039 - Université Henri Poincaré, Nancy 1). Je remercie le CRAN de m'avoir accueilli et de m'avoir permis de réaliser une de plus grande aventure de ma vie.

Je voudrais également remercier mon Cher México qui au travers de la DGIT - ITCG, ainsi que du CONACYT, m'accordé un soutien faille tout au long de ces années afin d'effectuer ce séduisant chemin dans la recherche.

Je tiens à remercier les membres du jury qui m'ont fait l'honneur de participer à l'examen de ce travail :

M. Jean Philippe CASSAR, Professeur à l'Université de Lille 1, qui m'a fait l'honneur de rapporter ce travail de thèse. Je voudrais aussi le remercier pour le temps consacré à l'examen minutieux de ce travail, ansi que les corrections et les échanges scientifiques et surtout pour ses commentaires francs qui m'ont aidé à améliorer mon travail.

M. Philippe CHARBONNAUD, Professeur à l'École Nationale d'Ingénieurs de Tarbes, qui m'a fait l'honneur de rapporter ce travail de thèse. Je voudrais le remercier pour le temps passé à corriger ce mémoire de thèse et aussi pour les innombrables heures passées au téléphone afin de réaliser un meilleur mémoire.

M. Dimitri LEFEBVRE, Professeur à l'Université du Havre, de s'intéresser à ce travail et d'avoir accepté de le juger. Je voudrais le remercier pour le temps passé à corriger ce travail avec un esprit critique.

M. Didier Maquin, Professeur à l'Institut National Polytechnique de Lorraine, pour l'intérêt qu'il porte à ce domaine de recherche et les échanges scientifiques qui datent depuis plusieurs années.

M. Dominique SAUTER, Professeur à l'Université Henri Poincaré, Nancy 1, de m'avoir accepté et accueilli au sein de son groupe thématique. Merci, pour ces réunions particuliers, ces échanges en 4<sup>ème</sup> vitesse, mais qui ont apporté un grand bénéfice à la thèse.

M. Didier THEILLIOL, Professeur à l'Université Henri Poincaré, Nancy 1, de m'avoir accueilli, accepté et supporté au sein du groupe thématique. Je me pose encore des questions sur notre lien, personne "suigeneris". Merci d'avoir contribué à me former, de avoir pris position pour moi, et d'être battu à me côtés pour ce travail. Aussi je voudrais te dire merci pour les épingles que nous avons pris tout au long de cette thèse et je voudrais que tu saches que même si je n'ai pas réussi à répondre à tous tes besoins, je suis vraiment fière de ce que j'ai fait.

Je voudrais remercier M. Bulmaro FUENTES LEMUS d'avoir examiné ce travail et pour son intérêt au personnel de la DGIT. Merci, M. Carlos A. GARCIA IBARRA pour participer très activement le jour de la soutenance.

Je voudrais remercier très particulièrement M. El-Hadi DJERMOUNE, Maitre de Conference à l'Université Henri Poincaré, qui avant tout a été un vrai mentor pour moi. J'ai toujours dit que grâce à toi je suis arrivé à la fin, merci mon pote de tout mon cœur, sans toi je ne serais probablement pas ici, au bout du chemin. Montres toujours tes qualités qui sont ta plus grande force et contribution dans la vie.

Je voudrais remercier les membres de l'équipe DIALOGS. M. J.C. PONSART, pour ta disponibilité et amitié envers moi. M. F. HAMELIN, pour les grands moments partagés, des inoubliables WE au labo, nos discussions et aussi pour tes enseignements concernant ma thèse. M. C. AUBRUN, pour ta bonne humeur. M. H. NOURA, le bon Hassan pour le souvenir de ton franc sourire et tes blagues, surtout pour tes qualités humaines très appréciables. M. T. BOUKOUBZA, que je ne connais pas vraiment, mais que j'apprécie pour ses qualités humaines. Je n'ai te pas oublié. M. C. JOIN, même si nous avons des philosophies très différents de la vie, je n'ai jamais mis en cause tes capacités. Je te remercie pour ta disponibilité : tu m'as aidé toujours écouté et aidé à chaque fois que je t'ai demandé quelque chose.

Je voudrais aussi remercier les membres de l'équipe IRIS. Je commence par M. D. BRIE, je ne désespère pas qu'un jour je puisse comprendre tes blagues. M. M. TOMZACK, sacrée personnalité cependant, quelqu'un dont on peut toujours être sûr de qu'il est!!!!!! M. P. SYBILE avec ton grand bonjour tout au long du couloir, merci de me rappeler le soleil du Mexique. M. T. BASTOGNE, allez Saint-Etienne, j'espère qu'un jour nous pourrons assister à un match de verts. Mme. GILSON (WILSON), pour les bonjours toujours affectueux. M. H. GARNIER, avec ton bonjour particulier "hi guy" et ta tasse, et enfin M. Alain RICHARD, qui je respecte grâce à son travail très professionnel, merci également pour le grand souvenir de la première soirée, inoubliable que j'ai passé ici au labo!!!!

Je remercie la très chère M. S. HUREAUX avec qui j'ai toujours très bien discuté et qui m'a toujours aidé. MERCI Sab. Merci à M. O. CERVELLINE pour son amitié et sa disposition à toujours résoudre mes petits soucis et pour être un bon amis.

Je passe à mes chers amis thésard. Je commence avec mon petit frère français, M. P. JACQUES que j'apprécie beaucoup. Tu a toujours été présent pour m'aider. Même si avec le temps nous avons changé, je ne peut que te dire merci Philou de tout mon coeur. Aussi, je ne peut oublier Mme. SAINT. DIZIER pour la fraîcheur de tous les jours et ton amitié. Mlle. M. THOMASSIN, merci Mag. de ton amitié, de m'avoir écouté et aidé tout le temps, je ne peux que te souhaiter que le meilleur bonheur du monde. J'espère venir un jour à un mariage champenois!!!!!! M. H. JAMOULI que j'ai connu il y a dix kilo, tout au début de cette aventure, merci pour les grands moments partagés, et tes blagues du terroir. M. E. HUSEILTEIN que je n'ai jamais su bien écrire, mais pour qui je garde admiration et res-

pect. Merci pour les bonnes discussions dès minuit, j'espère que tu continue à être la grande personne que tu es. A mon petit M. RODRIGUES avec ses très importantes pensées, ses poèmes que beaucoup de fois nous ont dépassé. Merci de continuer l'aventure MM et j'espère que nous continuerons à travailler ensemble. M. S. EL MOUSSAOHUI, le premier Kabyle sérieux que j'ai connu, tes commentaires, tes discussions seront toujours très appréciés. M. L. GUILLEMOT, le très particulier Ice Man, que je n'oublierai pas, surtout ta course en slip dans le couloir et tes très bonnes discussions riches en connaissances. M. le Petit V. MAZET, pour ta joie quotidienne et ta fraîcheur que j'ai toujours aimé chez toi. M. S. ABERKANE, le Kabyle assez particulier, mais aussi de la même qualité que tous les autres bon amis. M. Y. GAUDEAU sacré type, véritablement spécial, mais surtout une excellente personne. Aux nouveaux, Thil et l'équipe mexicaine, Sinuhé et Brian. J'espère que le chemin qu'aujourd'hui vous commencez vous emmènera à dire à la fin "Valio el boletto", les deseo lo mejor de todo corazón y que la aventura sea grandiosa.

Je ne peut pas oublier mes amis C. GAUBERT, E. SIEBERT et C. LEICK, tous les trois avec qui j' ai fait une grande amitié. Je ne sais pas si c'est l'âge, mais je me suis toujours senti a l'aise avec vous et vos familles. Je vous remercie d'avoir partagé avec moi cette période de ma vie.

A l'ensemble des personnes que j'ai connues tout au long de ces années au labo, et que je n'ai pas oublié mais il serait très long à continuer d'écrire (et le pire je ne suis pas doué), cependant je voudrais aussi vous remercier.

Des pensées specials à la famille Theilliol, que j'ai connue quand elle était à deux et maintenant elle est à quatre. Merci pour t'amitié Isabelle, Apolline et Achille.

A tous mes amis et personnes qui ont fait parti de ma vie durant cette très belle expérience. Je ne pourrais pas mentionner une telle quantité de personnes, mais je peux vous dire merci. Pour terminer, je voudrais remercier mon pote DR. C. Astorga Zaragoza pour tout le soutien et de me servir d'inspiration pour continuer.

Merci à la communauté Mexicaine membre ou non de CALMECAC. Je voudrais mentionner très particulièrement le Dr. José Medina et sa famille pour tous le moments partagés et M. J. PRADO que j'ai appris à apprécier, merci pour votre amitié.

A todos mis amigos que me apoyaron desde México, gracias a ellos en particular Ernesto Sierra y Elizabeth Cuevas, gracias por su apoyo durante estos últimos 8 años. Al Ing. C. Fernandez Merci Chef, no tengo palabra para agradecerles todo su apoyo. A ti Leticia Zarate gracia por recordarme que son los amigos y por estar siempre apoyandome.

On dit que les derniers seront les premiers à arriver au royaume de Dieu, je commence d'abord avec :

La famille que j'ai essayé de former, je remercie de tout mon coeur Conchita et Mariana. Avec vous j'ai partagé de vrais moments de joie. Conchita, no pudimos llegar juntos al final de la meta, pero te agradezco todo tu apoyo, criticas, discusiones que me permitieron mejorar, asi que de verdad comparto contigo esta pequeña victoria y deseo que la vida te colme de

felicidad y dicha. Mariana mi "ma belle-hija", je t'aime et quisiera compartir contigo aun muchas cosas mas y poderte ver crecer con todo la felicidad del mundo. Gracias por todos lo momentos de felicidad y orgullo que me hecho sentir.

Ahora paso a mi querida familia, mis hermanos Omar, Jesus y Marcela con les que siempre me ha unido un gran amor y a los que admiro profundamente. Gracias Marce y Chucho por ser el sosten de la familia y me haber dado la tranquilidad de estar todo estos anios sabiendo que ustedes hacian todo por que los viejos estuvieran bien.

A Doña Mireya y Don Manuel, por ser todo lo que soy (no se si mucho o poco), de verdad todo esto se les agradezco a ustedes y gracias por enseñarme la importancia del amor, asi como el respeto y que una vida integra, bien vale la pena.

No podria y no debo olvidar a ti Jehova Dios que me diste salud, y que me has colmado de bendiciones durante toda mi vida y por ende durante esta estancia en Francia.



# Table des matières

<b>Introduction générale</b>	<b>15</b>
<b>1 Méthodes de diagnostic de défauts à base de modèles multiples</b>	<b>19</b>
1.1 Introduction . . . . .	19
1.2 Diagnostic de défauts à base de modèles - Rappel . . . . .	20
1.2.1 Généralités . . . . .	20
1.2.2 La tâche de diagnostic de défauts à base de modèles . . . . .	21
1.2.3 Méthodes de génération de résidus à base de modèles linéaires . . . . .	22
1.2.4 Positionnement de nos travaux de recherche : Diagnostic de défauts au sein de systèmes représentés par des modèles multiples interpolés . . . . .	32
1.3 Conclusion . . . . .	40
<b>2 Synthèse d'une méthode de diagnostic de défauts et d'estimation des modèles actifs au sein de systèmes représentés par des modèles multiples interpolés</b>	<b>43</b>
2.1 Introduction . . . . .	43
2.2 Méthode d'évaluation multi-hypothèses : la problématique de la détection de défauts et de la robustesse vis-à-vis des points de fonctionnement . . . . .	44
2.2.1 Contexte . . . . .	44
2.2.2 Test du rapport de vraisemblance généralisé (TRVG) . . . . .	48
2.2.2.1 Définition des hypothèses . . . . .	48
2.2.2.2 Algorithme du Test du Rapport de Vraisemblance Généralisé (TRVG) : Rappel . . . . .	49
2.2.2.3 Détection de défauts au sein de systèmes représentés par des modèles multiples interpolés . . . . .	53
2.2.2.4 Origine de la problématique . . . . .	56
2.2.2.5 Les bases d'une solution . . . . .	59
2.3 Synthèse d'une méthode de diagnostic de défauts incluant la sélection du modèle	60
2.3.1 Génération de résidus découplés des défauts . . . . .	60
2.3.2 Estimation robuste des fonctions de validation associées aux modèles multiples et estimation de défauts . . . . .	64

2.4	Exemple académique . . . . .	66
2.4.1	La représentation de l'exemple de simulation . . . . .	67
2.4.2	Résultats concernant la sélection du modèle . . . . .	68
2.4.2.1	Estimation des modes de probabilités : approche classique . . . . .	68
2.4.2.2	Estimation des modes de probabilités : solution développée . . . . .	70
2.4.3	Détection, isolation et estimation de défauts . . . . .	72
2.4.3.1	Approche classique : TRVG . . . . .	72
2.4.3.2	Solution développée : Filtre découplant . . . . .	74
2.5	Conclusion . . . . .	76
<b>3</b>	<b>Synthèse d'un générateur de résidus et estimation de modèles actifs au sein de systèmes représentés par des modèles linéaires multiples à incertitudes bornées</b>	<b>79</b>
3.1	Introduction . . . . .	79
3.2	Représentation multi-modèles linéaires incertains bornés . . . . .	80
3.3	Synthèse d'un générateur de résidus par redondance temporelle . . . . .	83
3.3.1	Problématique . . . . .	84
3.3.2	Synthèse d'un générateur de résidus insensible aux incertitudes de modèle pour la détection et l'isolation de défauts . . . . .	88
3.3.3	Synthèse d'un générateur de résidus pour l'estimation de la fonction d'activation . . . . .	92
3.3.4	Estimation de la fonction d'activation . . . . .	94
3.4	Exemple académique . . . . .	95
3.4.1	Description du système étudié . . . . .	95
3.4.2	Représentation des modèles multiples vis-à-vis des incertitudes de modèle . . . . .	99
3.4.3	Génération de résidus . . . . .	102
3.4.3.1	Générateur de résidus pour la détection et l'isolation de défauts . . . . .	102
3.4.3.2	Estimation de la fonction d'activation : solution développée . . . . .	102
3.5	Conclusion . . . . .	104
	<b>Conclusion générale et perspectives</b>	<b>107</b>
	<b>A Filtre de Kalman</b>	<b>111</b>
	<b>B Développement en Série de Taylor</b>	<b>115</b>
	<b>C La méthode d'optimisation multi-objectifs</b>	<b>117</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>121</b>

# Table des figures

1.1	Représentation d'un processus industriel soumis à des entrées inconnues. . .	20
1.2	Méthode de détection et isolation de défauts. . . . .	22
1.3	Schéma général associé à l'algorithme MMAE. . . . .	26
1.4	Schéma général associé à l'exploitation de l'approche modèles multiples conjugués. . . . .	30
1.5	Principe de la commande multi-contrôleurs. . . . .	36
1.6	Commande de systèmes : approche à base des modèles multiples selon Narendra. . . . .	38
2.1	Courbe d'interprétation du RV entre les hypothèses $H_0$ et $H_1$ . . . . .	49
2.2	Schéma-bloc du banc de TRVG pour effectuer la détection de défauts. . . . .	53
2.3	Schéma général de la stratégie développée avec un banc de filtres de Kalman découplants (FKD) . . . . .	66
2.4	Le comportement du système : l'entrée et les sorties. . . . .	68
2.5	Evolution temporelle de l'entrée du système et des modes de probabilités associés à chaque modèle. . . . .	69
2.6	Evolution du sélecteur du modèle en présence de défauts. . . . .	70
2.7	Comportement dynamique du résidu insensible aux défauts et le sélecteur robuste du modèle actif. . . . .	71
2.8	TRVG associé au résidu de sortie. . . . .	73
2.9	Comportement dynamique du résidu sensible aux défauts. . . . .	75
2.10	Comportement du résidu $\Omega_G^\zeta$ sensible aux défauts. . . . .	76
3.1	Gain statique d'une représentation multi-modèle vis-à-vis des incertitudes de modèle. . . . .	82
3.2	Courbe d'intersection entre deux fonctions coût ( $J$ et $G$ ). . . . .	90
3.3	L'évolution du $\mu_j$ en fonction de l'entrée $U$ . . . . .	97
3.4	Courbe statique entrée/sorties du système non linéaire. . . . .	98
3.5	Comportement temporel de l'entrée et des sorties du système. . . . .	99
3.6	Le comportement de l'entrée $U$ , ainsi que les défauts $f_1$ et $f_2$ . . . . .	99
3.7	Ensemble de modèles linéaires nominaux multiples interpolés. . . . .	100

---

3.8	Représentation de l'ensemble de modèles linéaires multiples vis-à-vis des incertitudes de modèle bornées. . . . .	101
3.9	Comportement du système : l'entrée et les sorties. . . . .	101
3.10	Résidus de chacun des modèles $\mathbf{\Gamma}_i(\mathbf{k})$ et la fonction d'activation $\varphi(\mathbf{J}(\mathbf{\Gamma}_i(\mathbf{k})))$ , vis-à-vis des incertitudes de modèle bornées. . . . .	104
3.11	Vecteur de détection, d'isolation et d'estimation de défauts $\mathbf{\Omega}_G^{\zeta}(\mathbf{k})$ . . . . .	105

# Liste des tableaux

2.1	Comportement du résidu avec et sans défauts. . . . .	56
2.2	Comportement des résidus insensibles ( $\gamma_i$ ) et des résidus sensibles ( $\Omega_i$ ) aux signatures des défauts. . . . .	64
2.3	Définition des points de fonctionnement. . . . .	67
3.1	Définition des données autour de différents points de fonctionnement. . . . .	96



# Introduction générale

Afin de garantir leur compétitivité, les systèmes modernes de production doivent satisfaire à des critères liés à des facteurs de coût de fonctionnement et/ou de productivité et/ou de qualité, ceux-ci pouvant être rassemblés sous un indice de performance global que l'on cherchera à optimiser. A ces contraintes économiques peuvent s'ajouter d'autres contraintes telle par exemple la sécurité du système de production, voire des contraintes environnementales. L'automatique permet de réaliser un produit ou de piloter un processus satisfaisant à des performances données sous certaines contraintes. Cet objectif n'est pas uniquement réservé aux systèmes de production, mais peut concerner tous les systèmes (transport, économie, ...).

Les performances nominales qui sont en général atteintes quand le système opère dans des conditions de fonctionnement normal, se dégradent à l'apparition d'un défaut, qu'il s'agisse d'une défaillance de l'instrumentation ou d'un composant du système. Afin de garantir que les performances atteintes correspondent à celles initialement désirées il convient de s'assurer que le système opère en mode de fonctionnement normal. Dans ce contexte, la sûreté de fonctionnement est devenue un véritable enjeu sociétal. C'est à cette fin que des méthodes de diagnostic de défauts et de commande tolérante aux défauts ont été développées.

A l'image de ce qui se pratique en médecine, le diagnostic de systèmes repose sur une stratégie très simple, consistant à évaluer les symptômes obtenus en comparant des indicateurs de l'état courant du système à des indicateurs de fonctionnement normal établis à partir de modèles. Une interprétation de ces symptômes permet en général d'isoler le composant ou l'instrument défaillant.

Plus qu'en commande, la validité du résultat du diagnostic dépend de l'invariance du modèle utilisé pour décrire le fonctionnement normal. En général celui-ci n'est valide que dans une région proche du point de fonctionnement nominal, ce qui est donc paradoxal vis-à-vis du but à atteindre.

C'est dans ce contexte que cette thèse s'attache à résoudre le problème du diagnostic et, pour ce faire, introduit la notion de diagnostic multi-modèles. Plus précisément, la synthèse des méthodes proposées dans ce mémoire est réalisée dans le but de détecter et d'isoler des

défauts additifs présents au sein de systèmes à représentation multi-modèle linéaire invariant dans le temps (exacts ou incertains) interpolés, assurant également l'insensibilité des fonctions de pondération (ou d'activation) à ces mêmes défauts.

Ce travail présente des solutions originales afin de concevoir une approche capable d'atteindre ces objectifs.

A l'issue de cette introduction, le premier chapitre du mémoire sera consacré à une synthèse bibliographique portant d'une part sur les méthodes de diagnostic de défauts à base de modèles analytiques et d'autre part sur les différentes formes de représentation multi-modèles de systèmes dynamiques. Ainsi, après un bref rappel consacré aux méthodes analytiques de détection et d'isolation de défauts, les méthodes de génération de résidus fondées sur des modèles exacts seront introduites. Une attention particulière sera accordée aux méthodes de découplage exact des résidus vis-à-vis des défauts dans le cas des systèmes linéaires stochastiques. Le diagnostic de défauts des systèmes non linéaires sera également succinctement abordé dans le cas des méthodes de découplage exact qui requièrent la connaissance précise du modèle du système. Nous verrons que dans le cas contraire (absence de connaissance exacte) l'approche multi-modèles peut fournir une solution alternative tout à fait intéressante. Celle-ci sera basée sur l'utilisation d'un banc de modèles pilotés par une fonction d'activation caractéristique du mode opératoire. Il convient néanmoins de rendre cette fonction d'activation insensible aux défauts du système.

Le second chapitre sera consacré à la synthèse d'une méthode de génération de résidus fondée sur un banc de filtres de Kalman classiques établis autour de différents points de fonctionnement. Inspirée des approches existantes, une stratégie basée sur des méthodes d'évaluation des innovations (résidus) sera synthétisée et développée dans une première étape. Une synthèse innovante sera proposée au travers d'une méthode originale de génération des résidus. De plus, associée à ces travaux de synthèse d'un générateur de résidus, une estimation des défauts valable sur toute la plage de fonctionnement sera également proposée. Toutefois, dans ce chapitre, nous ne tiendrons pas compte des erreurs de modélisation, inhérentes à l'exploitation d'une telle représentation. Ainsi, le troisième chapitre sera consacré à résoudre la problématique du diagnostic de défauts robuste aux incertitudes de modèles. Pour parvenir à distinguer un défaut d'une erreur de modèle, une nouvelle stratégie sera développée et proposée en considérant un ensemble de modèles linéaires multiples incertains sous forme d'incertitudes structurées. Dans ce chapitre, la représentation du système étudié sera basée plus particulièrement sur un ensemble de modèles bornés. Dans le cadre de ces hypothèses, un banc de résidus directionnels générés à partir d'une méthode fondée sur l'espace de parité sera mise en œuvre. Ces résidus robustes et découplés permettront d'une part de détecter et d'isoler les défauts vis-à-vis des incertitudes de modèle et d'autre part d'estimer les fonctions de pondération associées à chaque modèle, image de l'évolution dynamique du système étudié.



L'illustration et l'évaluation des méthodes développées dans ces deux chapitres seront réalisées non pas dans un chapitre supplémentaire mais à la fin de chacun de ces deux chapitres. Les simulations effectuées mettent en relief les résultats obtenus, ainsi que la contribution de chacune des méthodes développées.

Enfin, ce manuscrit présente des conclusions et propose de futurs travaux de recherche en termes de perspectives.



# Chapitre 1

## Méthodes de diagnostic de défauts à base de modèles multiples

### 1.1 Introduction

Ce chapitre sera consacré à une synthèse bibliographique du diagnostic de défauts à base de modèles ainsi qu'à introduire les différents modes de représentations des systèmes sous forme de modèles multiples.

Différentes méthodes dédiées au diagnostic de défauts seront tout d'abord exposées. Nous présentons en particulier les définitions de base et plus particulièrement les méthodes de génération de résidus fondées sur des modèles exacts. Dans le contexte linéaire, les méthodes de découplage exact des résidus vis-à-vis des défauts seront considérées. Les méthodes classiques d'évaluation de résidus (rapport de vraisemblance, ...) sont ensuite traitées.

Afin d'élargir le champ d'application des méthodes classiques de diagnostic, les approches exploitant un banc de modèles linéaires décrivant localement le comportement du système (sans et avec défauts) sont introduites. Parmi celles-ci, les méthodes à base de bancs de générateur de résidus se fondant sur les modèles multiples adaptatifs (en anglais *Multiple Model Adaptive Estimation*) et l'interaction des modèles multiples (en anglais *Interacting Multiple Model*) sont examinées dans ce chapitre.

Le diagnostic de défauts des systèmes non linéaires est ensuite abordé. Dans un premier temps, les méthodes de découplage nécessitant la connaissance exacte du système sont rappelées. Cependant en l'absence de connaissance exacte, une modélisation à base des modèles multiples interpolés peut être utilisée pour décrire le comportement dynamique du système. Ce type de représentation a été exploitée dans le domaine de la commande des systèmes où le comportement dynamique du système est décrit autour de plusieurs points de fonctionnement.

Cette synthèse bibliographique nous permet d'appréhender les méthodes de diagnostic de défauts des systèmes non linéaires et de confirmer que, celles fondées sur des modèles multiples

constituent un domaine de recherche intéressant.

## 1.2 Diagnostic de défauts à base de modèles - Rappel

### 1.2.1 Généralités

De nombreuses approches ont été développées pour contribuer au diagnostic de défauts (un dysfonctionnement, une anomalie au sein d'un processus, ...).

Le diagnostic est appliqué aux processus industriels représentés par une relation causale liant des signaux d'entrée et de sortie mesurés sur le système. Le système est également soumis à des entrées non mesurées, appelées entrées inconnues, dont certaines représentent les anomalies de fonctionnement du processus et d'autres les perturbations (cf. FIG. 1.1). Les perturbations altèrent naturellement de manière permanente le système, contrairement aux dysfonctionnements qui se manifestent d'une manière plus inattendue.

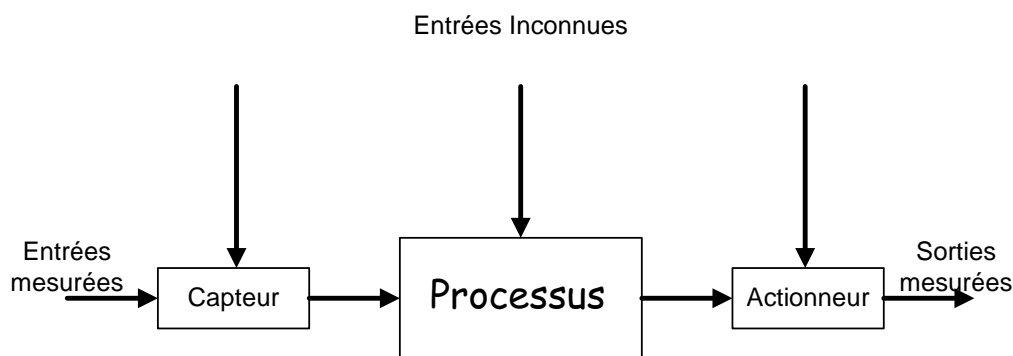


FIG. 1.1: Représentation d'un processus industriel soumis à des entrées inconnues.

Isermann (ISERMANN 1997), considère trois types d'anomalies :

- L'erreur qui caractérise tout écart entre la valeur mesurée ou calculée, et la valeur réelle.
- Le défaut qui désigne une altération des performances d'un processus, conduisant celui-ci à l'incapacité d'accomplir les fonctions spécifiques demandées par le cahier de charges. Il peut avoir un caractère imprévisible ou au contraire arriver progressivement.
- La défaillance qui représente l'inaptitude d'un dispositif à accomplir une fonction requise.

Parmi les défauts, on distingue communément les défauts capteurs, actionneurs, et systèmes. Les défauts peuvent être additifs ou multiplicatifs.

Les défauts additifs sont décrits par un changement d'état du processus. Ces défauts sont interprétés comme des variations de la valeur nominale issues des capteurs et provenant des actionneurs sous forme de biais et de dérive, par exemple. Tandis que les défauts multiplicatifs se caractérisent par un changement des coefficients physiques du processus.

Afin de réaliser la tâche du diagnostic de défauts différentes méthodes ont été développées. Ces dernières se répartissent en deux grandes classes :

1. Les méthodes inductives et déductives. Dans ce cadre, le type de raisonnement utilisé dans la résolution du problème constitue la principale caractéristique de ces méthodes (ULIERU 1993). A partir d'une connaissance a priori du défaut, la méthode déductive étudie les effets des défauts au sein du système. La comparaison des effets induits par rapport aux effets possibles permet de confirmer ou d'infirmer l'existence du défaut (HÖFLING et PFEUFER 1994).
2. Les méthodes externes et internes reposent sur la connaissance d'un modèle. Les méthodes externes sont fondées sur la connaissance issue de l'expertise humaine, tandis que les méthodes internes dépendent de la connaissance issue de modèles mathématiques ou physiques (GERTLER 1992) et (VELA-VALDÉS 1998).

Nos travaux de recherche se fondent exclusivement sur les méthodes internes.

### 1.2.2 La tâche de diagnostic de défauts à base de modèles

Dans le domaine du diagnostic, certains termes sont communément employés. Pour les plus courants, une définition succincte est proposée :

- la détectabilité est l'aptitude du système de diagnostic à pouvoir déceler la présence d'une défaillance sur le processus ;
- l'isolabilité est la capacité du système de diagnostic à retrouver l'origine du défaut ;
- la sensibilité caractérise l'aptitude du système à détecter les défauts d'une certaine amplitude en fonction du rapport de l'amplitude du bruit de mesure avec celle du défaut ;
- la robustesse détermine la capacité du système à détecter les défauts indépendamment des erreurs de modélisation, du bruit ou des perturbations.

La détection et l'isolation de défauts, (en anglais, Fault Detection and Isolation), s'appuient sur un modèle mathématique du système et sont basées sur une comparaison des mesures du système avec l'information issue du modèle (FRANK 1990). Le principe du diagnostic à base de modèle est illustré à la FIG. 1.2.

Quelle que soit la méthode utilisée, afin d'exploiter au maximum l'information contenue dans les mesures prélevées sur le processus, cette tâche se décompose selon les trois étapes suivantes :

1. La génération de résidus : elle consiste à associer la paire valeurs de référence-observations des faits, appelés résidus, qui permettent d'évaluer une différence concernant les conditions normales de fonctionnement.
2. L'évaluation de résidus : les résidus sont comparés par rapport aux limites définies préalablement, et de cette comparaison il résulte qu'un vecteur de symptômes est engendré. Le problème de l'évaluation consiste à définir le seuil afin de détecter la présence

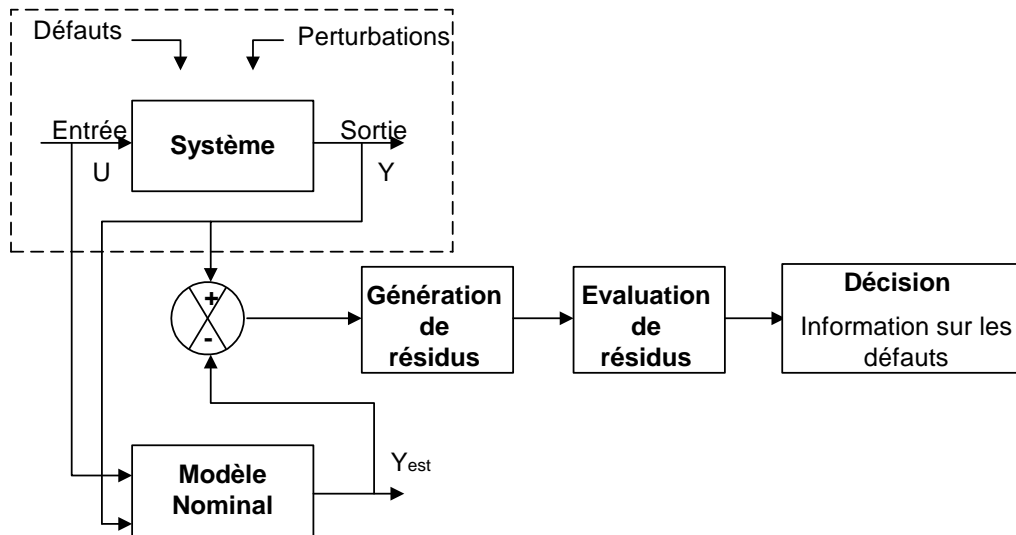


FIG. 1.2: Méthode de détection et isolation de défauts.

de changements. Effectivement, en régime de fonctionnement normal, les résidus sont générés de manière à être statistiquement nuls et s'écartent « notablement » de zéro en présence de défauts.

3. La décision constitue la dernière étape de la tâche de diagnostic. Elle consiste en la comparaison du vecteur de symptômes avec l'ensemble des signatures de référence, de bon et mauvais fonctionnement rassemblées dans un tableau de signatures, appelé également matrice de diagnostic (CASSAR *et al.* 1994). La décision permet d'identifier les défauts, c'est-à-dire de localiser la cause de l'anomalie dans le système.

Alors qu'un seul résidu suffit pour détecter l'existence d'un défaut au sein du système, en revanche, plusieurs résidus sont nécessaires afin de trouver la cause du défaut. Deux types d'approches distinctes sont habituellement utilisées pour engendrer différents résidus (GERTLER 1991). La première approche considère des résidus directionnels définis de telle sorte qu'ils prennent une direction particulière dans l'espace de résidus lors de l'occurrence d'un défaut. La seconde approche utilise des résidus structurés conçus de manière à être sensible à certains défauts et insensible à d'autres conformément à une structure de diagnostic dédié.

### 1.2.3 Méthodes de génération de résidus à base de modèles linéaires

Le modèle a pour but de décrire la structure ou le comportement d'un système dynamique par des équations différentielles ordinaires. Ce modèle peut être obtenu soit par modélisation physique soit par des techniques d'identification.

Pour effectuer le diagnostic de défauts dans un contexte linéaire, nous considérons les modèles Linéaires Invariants dans le Temps (LTI, par son acronyme en anglais) décrits par l'équation d'état discrète classique suivante :

$$\begin{aligned}x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k), \\y(k) &= Cx(k) + Du(k),\end{aligned}\tag{1.1}$$

où  $x \in \mathfrak{R}^n$  représente le vecteur d'état,  $u \in \mathfrak{R}^p$  représente le vecteur d'entrée,  $y \in \mathfrak{R}^m$  représente le vecteur de sortie,  $k$  est l'échantillon.  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$  sont des matrices de valeurs constantes connues et de dimensions appropriées. Il existe différentes représentations des défauts :

1. soit un unique modèle linéaire ( $A, B, C, et D$ ) accompagné de matrices de défauts aux directions précises ;
2. soit pour chaque type de défauts une  $i^{\text{ème}}$  représentation particulière du système ( $A_i, B_i, C_i, et D_i$ ).

Ces représentations conduisent à différentes méthodes de génération de résidus à des fins de diagnostic que nous proposons de découvrir ci-dessous.

**Méthodes de découplage exact.** Dans le cadre de l'étude des systèmes linéaires en présence de défauts et les hypothèses de travail énoncées précédemment, le système LTI en présence de défauts se modélise sous la forme additive classique suivante :

$$\begin{aligned}x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) + F_x f(k), \\y(k) &= Cx(k) + Du(k) + F_y f(k),\end{aligned}\tag{1.2}$$

où  $f \in \mathfrak{R}^q$  représente le vecteur des défauts,  $F_x$  et  $F_y$  sont deux matrices exprimant la distribution de défauts. A partir de cette représentation analytique, la synthèse de résidus réalisée par l'intermédiaire d'un découplage exact des défauts peut être déterminée en utilisant, soit les observateurs à entrées inconnues dont une synthèse bibliographique récente est présentée dans le troisième chapitre du livre de (CHEN et PATTON 1999), soit les filtres de détection dont une édition spéciale leur est entièrement consacrée (EDELMEYER 2002), soit l'affectation de structure propre (LIU et PATTON 1998), soit les équations de parité structurées en considérant la redondance temporelle (GERTLER 1998).

Nous ne développons pas à ce stade les diverses méthodes classiques citées qu'il est possible de retrouver explicitement dans l'ouvrage de D. Maquin (MAQUIN et RAGOT 2000) et dans le second chapitre du mémoire d'HDR de F. Hamelin (HAMELIN 2002). Par contre étant donné leur importance et leur contribution à cette thèse, dans la suite de ce chapitre nous développons les méthodes à base de multi-modèles.

**Méthodes à base de modèles multiples-MMAE.** Dans le cadre de l'étude des systèmes linéaires stochastiques en boucle fermée, (MAYBECK 1999) considère les défauts de capteurs ou d'actionneurs comme des modes de fonctionnement différents sous forme de modèles multiples distincts.

Un algorithme d'estimation de l'état à base des modèles multiples adaptatifs (en anglais Multiple Model Adaptive Estimation) couplé avec un algorithme de commande a été proposé pour résoudre le problème du contrôle de systèmes dynamiques linéaires stochastiques en présence de défauts (ou incertitudes paramétriques). Cet algorithme d'estimation MMAE a été utilisé de façon satisfaisante pour la détection et l'isolation de défauts capteur et actionneur dans le domaine de l'aéronautique (STEPANIAK et MAYBECK 1997), (HAMLON et MAYBECK 1997), (EIDE et MAYBECK 1995), (PAGODA et MAYBECK 1995).

L'algorithme MMAE présenté dans la suite de ce paragraphe montre d'une manière complète la génération et l'évaluation des résidus ainsi que la localisation du défaut.

D'abord, (EIDE et MAYBECK 1996) considèrent des systèmes linéaires discrets stochastiques en absence ou en présence de défauts, d'amplitude supposée connue, sous la forme de modèles multiples représentés par la forme d'état suivante :

$$m_j \begin{cases} x_j(k+1) = A_j x(k) + B_j u(k) + \omega_j(k), \\ y_j(k) = C_j x(k) + D_j u(k) + \nu_j(k), \end{cases} \quad (1.3)$$

où  $x \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état,  $u \in \mathbb{R}^p$  est le vecteur de commande,  $y \in \mathbb{R}^m$  est le vecteur de sortie,  $\omega_j$  et  $\nu_j$  sont deux bruits blancs gaussiens, de covariance  $Q_j$  et  $R_j$  respectivement.  $A_j$ ,  $B_j$ ,  $C_j$ , et  $D_j$  sont des matrices de dimensions appropriées et connues.

Dans le but de réaliser simultanément l'estimation de l'état, et des défauts, chaque hypothèse du vecteur de paramètres incertains  $m_j$  est définie par rapport aux valeurs de  $j = [2, 3, \dots, M]$ , représentant des changements sur les composants du système (défauts d'actionneurs et de capteurs), ainsi que la valeur  $j = 1$  représentant le système en l'absence de défauts.

Afin de réaliser simultanément l'estimation des états et de défauts, nous supposons qu'une seule hypothèse  $m_j$  peut être validée à la fois parmi les  $M$  valeurs possibles. Ainsi à chacune des hypothèses  $m_j$  correspond un système linéaire stochastique à temps discret décrivant un mode de fonctionnement déterminé.

Après avoir défini le système, l'étape suivante dans l'algorithme MMAE réside dans l'estimation de l'état, réalisée grâce à un banc de filtres de Kalman, présenté dans l'annexe (A). (EIDE et MAYBECK 1995), considèrent que chaque filtre appartenant au banc est synthétisé pour des défauts spécifiques de capteur, d'actionneur ou les deux pouvant survenir sur le système, et également pour l'estimation globale du système.

Compte tenu des hypothèses stochastiques considérées, le vecteur innovation (résidu) résultant du filtre, image la plus représentative du comportement dynamique du système à l'instant donné, suit une loi de distribution normale centrée, permettant de calculer une densité de probabilité. (EIDE et MAYBECK 1996) proposent de réaliser la localisation par le



calcul de mode de probabilités suivant le théorème de Bayes à partir des densités de probabilité. La théorie de probabilité de Bayes est utilisée pour la sélection du modèle : cela est réalisé à partir de la définition des hypothèses de probabilité conditionnelle ( $p_i(k)$ ) cherchant à calculer la probabilité d'appartenir au mode  $m_j$  connaissant le vecteur des mesures historiques de la sortie  $y$ .

$$p_i(k) = Pr[m = m_j | Y(k) = Y_j]. \quad (1.4)$$

Cette probabilité se représente également sous la forme :

$$p_i(k) = \frac{f_{y(k)|m,Y(k-1)}(y(k) | m_j, Y(k-1)) \times p_i(k-1)}{\sum_{h=1}^M f_{y(k)|m,Y(k-1)}(y(k) | m_h, Y(k-1)) \times p_h(k-1)}, \quad (1.5)$$

où  $Y_{(k-1)}$  est le vecteur des sorties historiques. Quand la sortie  $y_i$  devient disponible à l'instant  $k$ , un vecteur de résidus  $r_i$  est engendré pour chacun de filtres de Kalman. Ce vecteur est utilisé pour calculer les  $M$  modes de probabilités  $p_i$  au travers de l'équation (1.5). Cette dernière utilise une fonction de densité à l'aide du résidu actuel ( $r_i(k)$ ), qui est conditionnée sur le statut de l'hypothèse  $m = m_j$  et qui est préalablement définie par l'équation suivante :

$$\begin{aligned} f_{y(k)|(m),(Y_{k-1})}(y(k) | m_j, Y(k-1)) &= \beta_i(k) \times \exp\left[-\frac{1}{2} r_i^T(k) \Theta_i(k) r_i(k)\right], \\ \beta_i(k) &= \frac{1}{(2\pi)^{\psi/2} |\Theta_i(k)|^{1/2}}, \end{aligned} \quad (1.6)$$

où  $\Theta_i(k)$  est la matrice de variance (pré-calculée) du résidu.  $\psi$  est la dimension du vecteur de résidus.

Dans le calcul de la probabilité  $p_i(k)$  (1.5), le dénominateur de l'équation est présent afin de normaliser  $p_i(k)$  à 1. Une évaluation des modes de probabilités permet ainsi de détecter et d'isoler l'occurrence d'un défaut caractérisé à travers l'un des  $i^{\text{ème}}$  modèles parmi  $M$ .

Cette approche permet également une reconstruction globale de l'état du système à partir des estimations d'état des modèles pondérées par les probabilités. L'équation de la reconstruction globale du système estimé est définie par l'équation :

$$\hat{x}(k+1) = \sum_{i=1}^M \hat{x}_i(k) p_i(k). \quad (1.7)$$

Afin de mieux comprendre l'algorithme MMAE, la figure 1.3 illustre l'algorithme dans son ensemble.

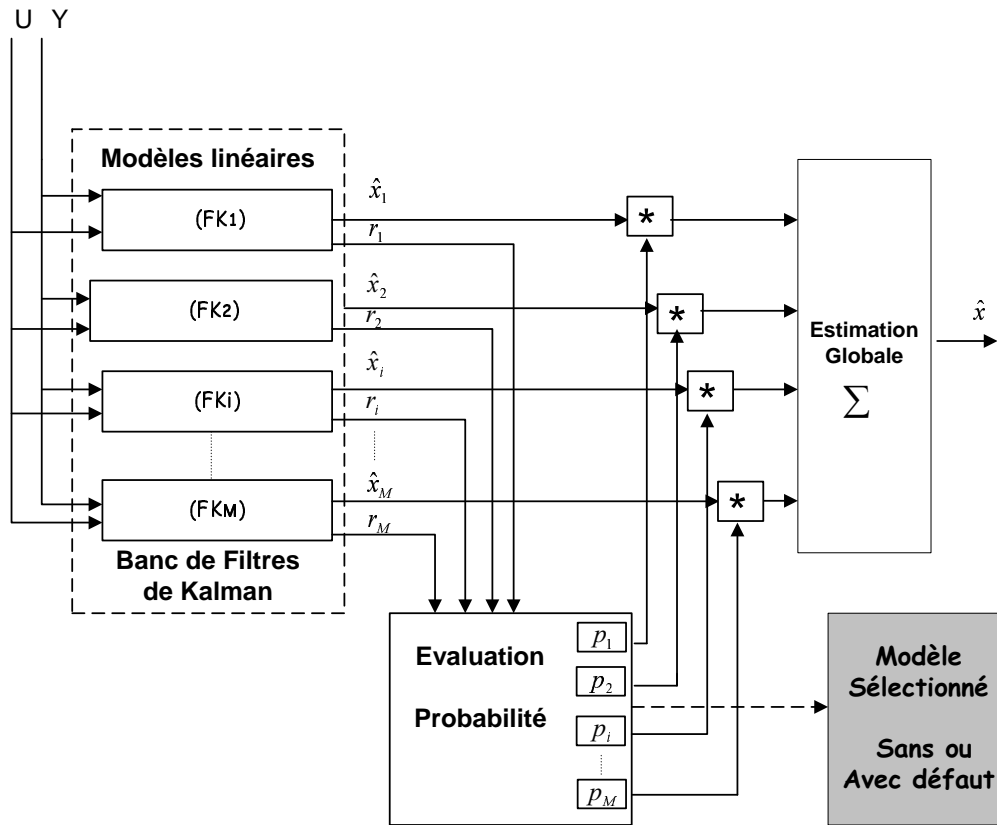


FIG. 1.3: Schéma général associé à l'algorithme MMAE.

Cette méthode fut employée dans l'aviation grâce à la connaissance des modèles linéaires stochastiques sans défauts et avec différents types/degrés de défauts.

### Méthodes à base de modèles multiples - IMM

De manière similaire au MMAE, (ZHANG et JIANG 1999) considèrent effectivement chaque défaut comme un modèle particulier tout en commandant les systèmes décrits sous forme de systèmes stochastiques hybrides linéaires à partir de l'algorithme d'interaction des modèles multiples (en anglais Interacting Multiple Model) développé par Blom (BLOM et BAR-SHALOM 1988) et amélioré par (RONG *et al.* 2002).

Une modélisation mathématique plus appropriée est obtenue en utilisant les systèmes sous forme « hybrides » stochastiques qui diffèrent des systèmes stochastiques de type classique par le fait que les premiers peuvent changer d'état de façon abrupte.

Un système linéaire discret stochastique soumis à défauts peut être considéré comme un système hybride avec un séquençement de mode traduit sous forme de chaînes de Markov en assimilant les défauts à des modes de fonctionnement en tenant compte des probabilités d'occurrence des défauts/défaillances. Néanmoins, (BLOM et BAR-SHALOM 1988) ont développé cet algorithme pour résoudre le problème de l'estimation d'état au sein des systèmes

linéaires dont les coefficients basculent brusquement d'un modèle à l'autre afin d'être exploité à des fins de commande de systèmes (LI et BARSHALOM 1993). (ZHANG et LI 1998) ont été parmi les premiers à prendre en compte une telle hypothèse considérant cet algorithme IMM, pour synthétiser une approche permettant de détecter et de localiser ainsi des probabilités d'occurrence entre les défauts, et d'estimer le vecteur d'état de chaque filtre au moyen des modes de probabilités (ZHANG et LI 1997).

Nous considérons qu'une interaction des modèles multiples consiste en un banc de filtres de Kalman et que ce banc représente chacun des modes de fonctionnement du système. Cette technique a la capacité d'estimer l'état sous une réduction significative du bruit, sans pour autant augmenter la charge de calcul (LI et BARSHALOM 1993). L'estimation initiale au début de chaque cycle, est un mélange de toutes les estimations récentes, ce qui permet à l'algorithme IMM de prendre en compte l'historique des modes du système. La méthode d'interaction des modèles multiples (IMM), utilise une modélisation de changement abrupt du système sous forme hybride. La probabilité de chaque modèle est calculée pour indiquer le mode actuel et le mode de transition à chaque instant.

Le système se définit sous la forme d'un modèle dynamique hybride selon la représentation suivante :

$$\begin{cases} x(k+1) \triangleq A(k, m(k+1))x(k) + B(k, m(k+1))u(k) + \omega(k, m(k+1)), \\ y(k) \triangleq C(k, m(k+1))x(k) + \nu(k, m(k+1)), \end{cases} \quad (1.8)$$

où  $x \in \mathbb{R}^n$  est l'état,  $y \in \mathbb{R}^m$  est la sortie,  $u \in \mathbb{R}^p$  est l'entrée du système,  $\omega$  et  $\nu$  caractérisent les bruits de système et de sortie mutuellement indépendants à moyenne nulle et de matrices de covariance associées  $Q$  et respectivement  $R$ .  $m(k+1)$  représente le mode de fonctionnement du système à l'instant  $(k+1)$ .

Considérons qu'un ensemble de  $\mathcal{M}$  modèles linéaires est utilisé pour réaliser une description du système original (1.8) de la manière suivante :

$$m_j \begin{cases} x(k+1) = (A(k) + \Delta A_j(k))x(k) + (B(k) + \Delta B_j(k))u(k) + \omega_j(k), \\ x(k+1) = A_j(k)x(k) + B_j(k)u(k) + \omega_j(k), \end{cases} \quad (1.9)$$

$$m_j \begin{cases} y(k) = (C(k) + \Delta C_j(k))x(k) + \nu_j(k), \\ y(k) = C_j(k)x(k) + \nu_j(k) \quad \forall j \in (1, 2, \dots, M), \end{cases} \quad (1.10)$$

où  $\Delta A_j(k)$ ,  $\Delta B_j(k)$ , et  $\Delta C_j(k)$ , représentent des changements sur les composants du système, sur les actionneurs et sur les capteurs liés à l'occurrence des défauts. En l'absence de défauts, ces matrices sont considérées comme nulles.

L'ensemble  $\mathcal{M} = [m_1, m_2, \dots, m_M]$  représente les modèles conçus pour décrire toutes les conditions de fonctionnement du système, ils sont nommés « modes » dans l'ensemble  $\mathcal{M}$ .

Dans ce contexte,  $m_1$  représente le mode de fonctionnement sans défaut et  $[m_2, m_3, \dots, m_M]$  représentent les "modes" avec conditions particulières de défauts.

Par ailleurs, le mode du système  $m(k)$  est défini comme une chaîne de Markov de premier ordre où à chaque instant d'échantillonnage, la probabilité de transition d'un mode  $m_j$  à un mode  $m_i$  peut être définie par :

$$\pi_{ij}(k) = P\{m(k) = j \mid m(k-1) = i\} \quad \forall m_i, m_j \in \mathcal{M}, \quad (1.11)$$

avec

$$\forall i \in (1, \dots, M) \quad \sum_{j=1}^M \pi_{ij}(k) = 1, \quad (1.12)$$

$\pi_{ji}$  est la probabilité de transition du mode  $m_j$  au mode  $m_i$ ; l'événement  $m_j$  qui a lieu au temps  $k$  est décrit par  $m_j \triangleq \{m(k) = j\}$ . La plus grande difficulté dans l'exploitation de l'algorithme IMM réside dans la détermination de la matrice  $\pi_{ji}$ . Un choix approprié des éléments diagonaux de la matrice des probabilités de transition est basé sur le temps de séjour moyen  $\tau$  pour chaque mode (ZHANG *et al.* 1998b).

$$\pi_{jj} = \max \left\{ \iota_j, 1 - \frac{T}{\tau_j} \right\}, \quad (1.13)$$

où  $\tau_j$  est l'espérance du temps de séjour du  $j^{\text{ème}}$  mode,  $\pi_{jj}$  est la probabilité de transition du mode à lui-même.  $T$  est la période d'échantillonnage,  $\iota_j$  est la limite inférieure de la probabilité de transition du  $j^{\text{ème}}$  mode. Par exemple,  $\pi_{11}$  représente la probabilité de transition d'un mode sans défaut à lui-même et elle est égale à  $\pi_{11} = 1 - \frac{T}{\tau_1}$  où  $\tau_1$  est le temps moyen entre défauts. Finalement, la probabilité de transition d'un mode sans défaut à un mode avec défaut est égal à  $1 - \pi_{11}$ .

L'inconvénient majeur de cette méthode est lié au fait que la matrice de probabilités de transition repose sur une méthode sans démonstration.

L'algorithme IMM permet d'estimer l'état à travers une somme pondérée des filtres estimateurs, établis pour différents modes du système (LI et SHALOM 1993) et (LI et SHALOM 1994). Les poids dépendent de la mesure des données et changement de modes.

Au même titre que l'algorithme MMAE, nous présentons les quatre étapes constituant l'algorithme d'interaction des modèles multiples IMM à des fins de détection et d'isolation des défauts (ZHANG et LI 1998) :

1. L'interaction ou la combinaison (la réinitialisation du modèle conditionnel de l'estimation). Dans cette étape, l'entrée d'un filtre spécifique pour un mode est obtenue à partir de la combinaison des estimations de tous les filtres à l'instant précédent, sous l'hypothèse que ce mode particulier est actif à l'instant de temps actuel.

Dans cette étape, la combinaison des estimations (pour  $j = 1, 2, \dots, M$ ) est décrite par :

Le mode de probabilité prédit  $\left\{ \mu_j(k+1) \triangleq P \{m_j(k+1)|y^k\} = \sum_i \pi_{ij} \mu_i(k) \right.$

La conjugaison de la probabilité  $\left\{ \mu_{i|j}(k) \triangleq P \{m_i(k)|m_j(k+1), y^k\} = \frac{\pi_{ij} \mu_i(k)}{\mu_j(k+1|k)} \right.$

La conjugaison des estimations  $\left\{ x_j^0(k|k) \triangleq E [x(k)|m_j(k+1), y^k] = \sum_i \hat{x}_i(k|k) \mu_{i|j} \right.$

La covariance conjuguée  $\left\{ \begin{aligned} P_j^0(k|k) &\triangleq \mathbf{cov} [x_j^0(k|k)|m_j(k+1), y^k] \\ &= \sum_i P_i(k|k) + [x_j^0(k|k) - \hat{x}_i(k|k)] [x_j^0(k|k) - \hat{x}_i(k|k)]' \mu_{i|j} \end{aligned} \right.$

2. Le filtrage. Cette étape repose sur la construction d'un banc de filtres de Kalman en parallèle où chacun des filtres dépend d'un mode simple ( $m_j$ ) défini dans les équations (1.9 et 1.10). Dans cette étape les modes représentatifs du fonctionnement du système et leurs modélisations ( $m_j$ ) sont définis par l'ensemble  $\mathcal{M}$  où pour chaque élément de  $\mathcal{M}$ , correspond un filtre de Kalman ( $F_j$ ) permettant d'estimer le modèle.

Le filtrage basé sur le modèle conditionnel, pour  $j = (1, 2, \dots, M)$  est défini dans l'étape ci-dessous :

Les états prédits (de  $k$  à  $k+1$ )  $\left\{ \begin{aligned} \hat{x}_j(k|k) &\triangleq E [x(k+1)|m_j(k+1), y^k] \\ &= A_j(k)x_j^0(k|k) + B_j(k)u(k) + \omega_j(k) \end{aligned} \right.$

La covariance prédite de l'état  $\left\{ \begin{aligned} P_j(k+1|k) &\triangleq \mathbf{cov} [\hat{x}_j(k+1|k)|m_j(k+1), y^k] \\ &= A_j(k)P_j^0(k|k)A_j'(k) + Q_j(k) \end{aligned} \right.$

Le résidu de sortie  $\left\{ \begin{aligned} r_j &\triangleq y(k+1) - E [y(k+1)|m_j(k+1), y^k] \\ &= y(k+1) - C_j(k+1)\hat{x}_j(k+1|k) - \nu_j(k+1) \end{aligned} \right.$

La covariance du résidu  $\left\{ S_j \triangleq \mathbf{cov} [r_j^0|m_j(k+1), y^k] = C_j(k)P_j^0(k|k)C_j'(k) + R_j(k) \right.$

Le gain du filtre  $\left\{ K_j \triangleq P_j(k+1|k)C_j'(k)S_j(k+1)^{-1} \right.$

Les états estimés  $\left\{ \hat{x}_j(k+1|k+1) \triangleq E [x(k+1)|m_j(k+1), y^{k+1}] = \hat{x}_j(k+1|k) + K_j r_j \right.$

La covariance actuelle de l'état  $\left\{ \begin{aligned} P_j(k+1|k+1) &\triangleq \mathbf{cov} [\hat{x}_j(k+1|k+1)|m_j(k+1), y^{k+1}] \\ &= P_j(k+1|k) - K_j(k+1)S_j(k+1)K_j'(k+1) \end{aligned} \right.$

3. Le calcul des modes de probabilités actuels est basé sur le modèle conditionnel de la fonction de vraisemblance. Cette probabilité joue un rôle important dans la pondération des estimations des états et de leurs covariances  $P_j$ . Dans cette étape, une logique de détection, ainsi que la décision de défauts sont exécutées.

Le mode de probabilité actualisé et la logique de détection de défauts pour  $j = (1, 2, \dots, M)$  sont décrits par :

$$\text{La fonction de vraisemblance} \begin{cases} L_j(k+1|k+1) = \mathcal{N}[r_j(k+1); 0, S_j(k+1)] \\ = \frac{1}{\sqrt{2\pi S_j(k+1)}} \exp[-1/2 r_j(k+1) S_j^{-1}(k+1) r_j(k+1)] \end{cases} .$$

$$\text{Le mode de probabilité} \begin{cases} \mu_j(k+1) \triangleq P\{m_j(k+1)|y^{k+1}\} \\ = \frac{\mu_j(k+1|k)L_j(k+1)}{\sum_i \mu_i(k+1|k)L_i(k+1)} \end{cases} .$$

4. La combinaison de l'estimation de chaque mode produit une estimation globale du système représentée ci-dessous :

$$\text{L'estimation globale de l'état} \begin{cases} \hat{x}(k+1|k+1) \triangleq E[x(k+1)|y^{k+1}] \\ = \sum_j \hat{x}_j(k+1|k+1) + \mu_j(k+1) \end{cases} ,$$

ainsi que la covariance globale de l'état sous la forme :

$$\begin{aligned} P(k+1|k+1) &\triangleq E[x(k+1)\hat{x}(k+1|k+1)[x(k+1)\hat{x}(k+1|k+1)]' | y^{k+1}] \\ &= \sum_j \left[ P_j(k+1|k+1) + [\hat{x}(k+1|k+1) - x(k+1|k+1)] \right. \\ &\quad \left. [\hat{x}(k+1|k+1) - x(k+1|k+1)]' \right] \mu_j(k+1) . \end{aligned}$$

Afin de bien comprendre cet algorithme, la FIG. 1.4 illustre les quatre étapes définissant cet algorithme IMM.

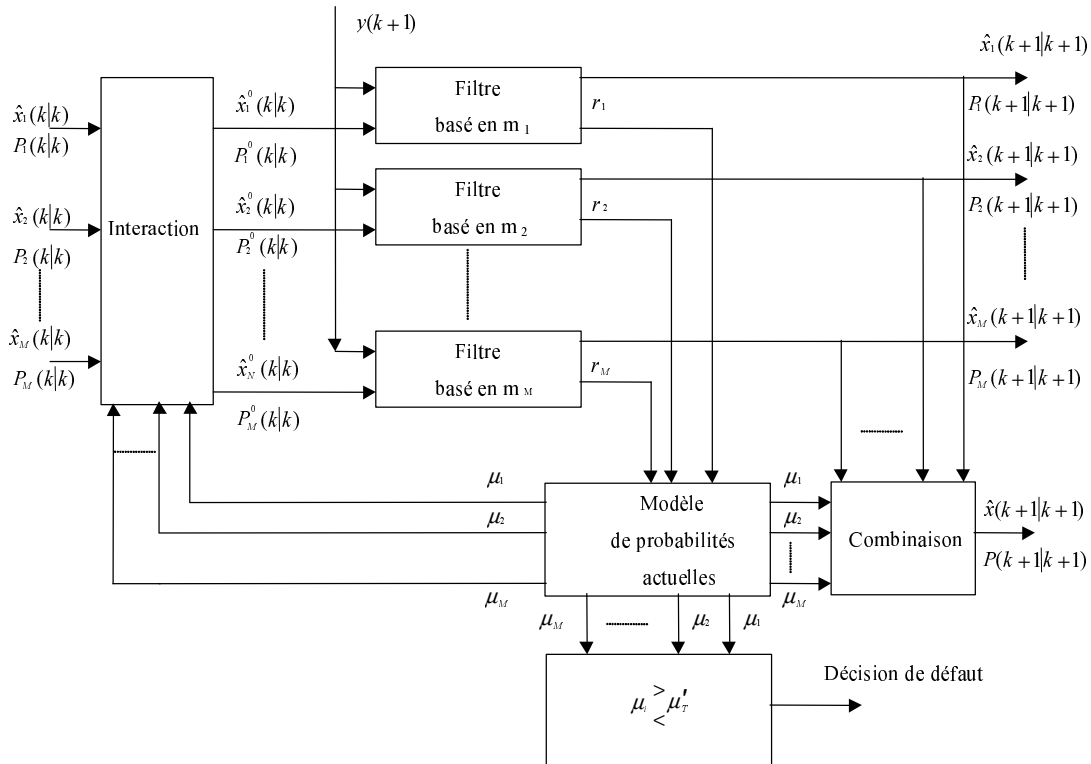


FIG. 1.4: Schéma général associé à l'exploitation de l'approche modèles multiples conjugués.

Dans la FIG. 1.4, nous remarquons que la troisième étape est associée à un bloc nommé décision de défauts. Celui-ci permet effectivement de détecter s'il y a un défaut ou non. Le

mode de probabilité fournit une indication du mode actuel. Cette indication est utilisée pour déclarer la détection d'un défaut. La décision de défaut est prise pour

$$\mu_j(k+1) = \max_i \mu_i(k+1) \begin{cases} > \mu_T \Rightarrow H_j : & \text{quand le } j^{\text{ème}} \text{ défaut apparaît,} \\ < \mu_T \Rightarrow H_j : & \text{en absence de défauts,} \end{cases} \quad (1.14)$$

où  $H_j$  est l'hypothèse que le  $j^{\text{ème}}$  défaut s'est produit (modélisé par  $m_j$ ),  $\mu_j$  est le mode de probabilité lié à chaque mode ( $m_j$ ), et  $\mu_T$  est le seuil de probabilité. Cependant il est recommandé d'utiliser la décision suivante :

$$\mu_j(k+1) = \max_i \mu_i(k+1), \frac{\mu_j(k+1)}{\max_{i \neq j} \mu_i(k+1)} \begin{cases} > \mu'_T \Rightarrow H_j : & \text{quand le } j^{\text{ème}} \text{ défaut apparaît,} \\ < \mu'_T \Rightarrow H_j : & \text{en absence de défauts.} \end{cases} \quad (1.15)$$

Pour cette approche, le seuil  $\mu_T$  doit être fixé avec une valeur qui respecte un compromis entre les fausses alarmes et les manques à la détection. Le seuil de détection  $\mu'_T$  est universel : il ne dépend pas d'une valeur associée au système d'une part, et d'autre part un seuil robuste peut être déterminé facilement.

Ainsi, la méthode IMM offre l'avantage d'une étape d'évaluation et de décision des défauts simultanée. Malgré les bons résultats, cette méthode reste limitée dans le sens où elle cherche à détecter et isoler des défauts très spécifiques. Par exemple, un défaut de 40 pour cent au niveau d'un capteur est modélisé par la multiplication de la ligne C correspondante par 0,4, de même les défauts d'actionneurs seront décomposés par morceaux en fonction de l'amplitude des défauts envisagés (KANEV et VERHAEGEN 2000). A chaque mode de fonctionnement, associé à des défauts précis, une loi de commande peut être synthétisée par un placement de pôle approprié. La sortie du régulateur correspond à une pondération des commandes de chaque régulateur à partir de probabilités des modes de fonctionnement déterminés par l'algorithme IMM.

De manière générale, d'autres approches ont été réalisées sur la base du concept d'interactions des modèles multiples et des modèles multiples adaptatifs. Ces approches présentent différentes modifications, par exemple : type de système concerné, types de filtres, calcul de probabilité, ..., cependant, les objectifs de l'estimation générale et de la détection de défauts (de capteur ou d'actionneur) sont les mêmes. Nous citons particulièrement les travaux de Willsky inclus dans l'ouvrage (BASSEVILLE et BENVENISTE 1985) où il décrit une approche à base de systèmes variants dans le temps, (WATANABE et TZAFESTAS 1990) proposent une double évaluation où un test « multi-hypothèses » est effectué, et (BEREC 1998) adopte lui une méthode bayésienne appliquée aux modèles multiples considérant au sein des modèles la possibilité de l'occurrence d'un changement (défaut) durant une période d'échantillonnage. Ce qui vient d'être présenté reste toutefois étroitement lié aux systèmes linéaires exclusivement, nous nous proposons de traiter le diagnostic au sein de systèmes non linéaires en suivant une stratégie multi-modèle dans la suite de ce chapitre.

### 1.2.4 Positionnement de nos travaux de recherche : Diagnostic de défauts au sein de systèmes représentés par des modèles multiples interpolés

Le développement du diagnostic et de l'automatique a été réalisé principalement dans le domaine de l'étude des systèmes linéaires, cependant, un grand nombre des processus industriels sont naturellement non linéaires. Afin de résoudre le problème du diagnostic pour de tels processus et sous l'hypothèse d'une représentation par un modèle non linéaire exact, de nombreux travaux ont consisté à générer des résidus découplés des défauts pour des classes particulières de systèmes non linéaires tels que les systèmes bilinéaires (KINNAERT 1999) et les systèmes polynômiaux. D'autres chercheurs s'attachent à résoudre le problème pour l'ensemble des systèmes non linéaires tels que (ZHANG *et al.* 1998a) dont les travaux aboutissent à une représentation entrée-sortie découplée des entrées inconnues à l'aide d'un algorithme spécifique. Dans les techniques dédiées au diagnostic des systèmes non linéaires, il faut citer les articles de référence consacrés au découplage exact des défauts par méthodes géométriques de (HAMMOURI *et al.* 2001) et (DEPERSIS et ISIDORI 2001) et par méthodes analytiques de (ALCORTA-GARCÍA et FRANK 1997) et (ALCORTA-GARCÍA et FRANK 1999). La synthèse bibliographique récente présentée dans (KINNAERT 2003) mais également les travaux de recherche exposés dans le mémoire de thèse de Cédric JOIN (JOIN 2002) constituent des documents à consulter dans le cadre du diagnostic des systèmes non linéaires par découplage exact. Ces méthodes sont utilisées s'il existe une description mathématique du système, malheureusement cette condition n'est pas facile à remplir de part la complexité de systèmes non linéaires, engendrant ainsi l'impossibilité d'effectuer un découplage.

Si les représentations non linéaires peuvent quant à elles être très difficiles à obtenir, un autre type de représentation consiste à définir différents points de fonctionnement et à considérer un modèle linéaire autour de chaque point de fonctionnement. La méthode concernant l'étude des systèmes selon une approche dite modèles multiples constitue une autre manière de représenter la dynamique d'un système non linéaire sur toute sa plage de fonctionnement.

L'objectif de cette thèse est d'étudier le problème du diagnostic de défauts au sein de systèmes non linéaires représentés sous forme multi-modèles linéaires invariants dans le temps. Cet objectif se décline selon deux buts à atteindre : d'une part la détection et l'isolation de défauts et d'autre part l'estimation de la fonction d'activation associée à chaque modèle visant ainsi à pouvoir synthétiser une loi de commande adéquate (cette synthèse ne sera pas développée).

Dans le cadre des approches multi-modèles, nous avons constaté qu'il existe de nombreux travaux en terme de modélisation et de commande utilisant le principe selon lequel il faut



*diviser afin de régner* pour représenter le comportement dynamique des systèmes non linéaires. Au sein de systèmes non linéaires, l'approche multi-modèle a émergé dans les années 90, principalement dans le domaine de la commande se fondant sur la logique floue. Celle-ci a permis d'effectuer la commande des systèmes non linéaires décrits par des modèles linéaires interpolés. Ils ont été développés à partir notamment des algorithmes de partition permettant de déterminer des domaines de fonctionnement de modèles locaux mais également d'aider à la définition de structures, telle que celle de Takagi-Sugeno (TAKAGI et SUGENO 1985). Nous pouvons trouver une vaste étude sur ces différentes techniques dans Gasso (GASSO 2000). Des études au niveau de la structure et de la sélection des modèles sont réalisées dans (BOUKHRIS *et al.* 1999) et (GASSO *et al.* 2002). (BOUKHRIS *et al.* 1999), définit les modèles sous la forme de règles d'inférence, où l'algorithme d'identification est défini à partir d'une base de données entrée/sortie et permet de déterminer l'ordre du modèle local et le nombre de règles. L'algorithme d'estimation de paramètres est basé sur un critère quadratique de l'erreur de sortie, ce critère est résolu par une méthode basée sur le calcul des fonctions de sensibilité. (GASSO *et al.* 2002), proposent une technique d'optimisation pour la structure des modèles multiples ainsi que l'optimisation du nombre de sous-modèles.

En dehors de l'utilisation de la logique floue, l'approche des modèles multiples interpolés repose sur la description du comportement dynamique du système non linéaire, défini à partir de l'interpolation de modèles linéaires invariants dans le temps. Ces derniers sont établis autour de différents points de fonctionnement. Dans le cadre de cette approche, un système non linéaire peut être linéarisé autour d'un  $j^{\text{ème}}$  point de fonctionnement, ou bien être issu du résultat d'une modélisation de divers points de fonctionnement, le système linéaire se décrit selon la représentation d'état suivante :

$$\begin{aligned}x(k+1) &= A_j x(k) + B_j u(k), \\y(k) &= C_j x(k) + D_j u(k),\end{aligned}$$

avec l'ensemble de matrices décrit par :

$$S_{V_j} = \begin{bmatrix} A_j & B_j \\ C_j & D_j \end{bmatrix}.$$

A l'aide de cette dernière équation, le système non linéaire est défini à chaque instant  $k$  par la séquence de matrice variant  $S_{V_j}(k)$  suivante (VARGA 1996) :

$$S_{V_j}(k) := \left\{ \sum_{j=1}^M \varphi_j(k) S_{V_j} : \varphi_j(k) \geq 0, \sum_{j=1}^M \varphi_j(k) = 1 \right\}, \quad (1.16)$$

où  $\varphi_j(k)$  correspond à la variable de coordination, également appelée fonction d'activation, considérée inconnue qui devra être estimée à l'inverse des systèmes LTV, (où les fonctions d'activation sont connues ou supposées connues).

Par conséquent, le comportement dynamique du système non linéaire peut être défini par un ensemble de modèles linéaires :

$$\mathfrak{S}_V = \{S_{V_1}, S_{V_2}, \dots, S_{V_M}\},$$

défini sur une combinaison convexe

$$\Lambda := \left\{ \varphi \in \mathfrak{R}^M : \varphi_j(k) \geq 0, \sum_{j=1}^M \varphi_j(k) = 1 \right\}, \quad (1.17)$$

où  $\Lambda$  répond à la définition d'un ensemble convexe.

Depuis une dizaine d'années, des travaux sur ce type de modélisation sont apparus. Nous pouvons citer le livre de (MURRAY-SMITH et JOHANSEN 1997) qui constitue l'un des premiers ouvrages publiés dans le domaine de la modélisation de systèmes non linéaires, non pas comme des modèles entrées-sorties, considérés par certains chercheurs (NARENDRA et BALAKRISHNAN 1997) et (NARENDRA et XIANG 2000), mais sous forme de représentation d'état selon l'approche dite à base de modèles multiples. Dans cet ouvrage, il est possible de retrouver les travaux présentés en amont mais également ceux entrepris par (JOHANSEN et FOSS 1993) proposant un formalisme mathématique où les systèmes non linéaires sont représentés par l'interpolation de modèles linéaires établis à partir d'une linéarisation autour de différents points d'équilibre prédéfinis.

Cette approche est basée sur un système non linéaire défini par :

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = f(X, U), \\ Y(t) = g(X, U), \end{cases} \quad (1.18)$$

où,  $X \in \mathfrak{R}^n$  est l'état,  $Y \in \mathfrak{R}^m$  est la sortie,  $U \in \mathfrak{R}^p$  est l'entrée,  $f(:, :)$  et  $g(:, :)$  sont deux fonctions non linéaires. Ces fonctions sont linéarisées selon la première dérivée continue de Lipschitz. Cette linéarisation, effectuée autour de  $M$  points de fonctionnement, permet d'obtenir l'ensemble des modèles locaux  $m_j$  décrit par :

$$m_j : \begin{cases} \dot{X}(t) = A_j X(t) + B_j U(t) + \Delta_{X_j}, \\ Y(t) = C_j X(t) + D_j U(t) + \Delta_{Y_j}, \end{cases} \quad (1.19)$$

où,  $m_j$  ( $\forall j \in [1, 2, \dots, M]$ ) représente le modèle local autour du point de fonctionnement ( $PF_j$ ) sous l'hypothèse que le système non linéaire peut être représenté par une combinaison convexe de ces modèles affines, cette combinaison est décrite par :

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = \sum_j^M \varphi_j(X, U)(A_j X(t) + B_j U(t) + \Delta_{X_j}), \\ Y(t) = \sum_j^M \varphi_j(X, U)(C_j X(t) + D_j U(t) + \Delta_{Y_j}), \end{cases} \quad (1.20)$$

où  $\varphi_j$  est une fonction d'activation qui est décrite par :

$$\varphi_j : X \times U \longrightarrow [0, 1], \quad \forall j = [1, \dots, M],$$

$\varphi_j$  est directement dépendante de variables internes aux systèmes non linéaires, c'est-à-dire dépendante de l'état  $X$  et de l'entrée  $U$  du système, tel que :

$$\sum_{j=1}^M \varphi_j(X, U) = 1. \quad (1.21)$$

Dans le cadre de notre travail de recherche, nous supposons que la quantité  $\varphi_j(X, U)$ , peut se mêler linéairement en l'état  $X$  et en l'entrée  $U$ .

Dans cette approche, le terme *mêler*, signifie fournir une interpolation lissée entre les modèles locaux dont l'objectif est d'obtenir une description exacte du système avec un nombre minimum de modèles locaux.

Dernièrement (MURRAY-SMITH *et al.* 1999), (LEITH et LEITHEAD 1999) et (SHORTEN *et al.* 1999) ont contribué à ce type de représentation mettant en avant l'importance de tenir compte de la vitesse d'évolution temporelle d'un modèle à l'autre en présence de non linéarité forte.

Dans le cadre de la synthèse de loi de commande en l'absence de défauts, l'approche dite à base de modèles multiples connaît un grand développement (CHARBONNAUD *et al.* 2003), (PIGUET *et al.* 1999), (MURRAY-SMITH et JOHANSEN 1997), (LEITH et LEITHEAD 1999), ... Les méthodes de synthèse de loi de commande permettant de réaliser le passage brusque et/ou modéré d'un régulateur à l'autre sont développées et analysées par (NARENDRA *et al.* 2003). De manière générale, au regard des méthodes de commande robuste aux méthodes de commande adaptative, (LANDAU 1999) expose les performances, en terme de suivi de trajectoires, des approches à base de modèles multiples comparant les approches adaptatives lors des phases de transition. L'application complète de cette approche à un benchmarck présentée par (KARIMI et LANDAU 2000), système de transmission flexible, illustre les excellentes performances de l'approche fondée sur les modèles multiples. Les synthèses bibliographiques de (LEITH et LEITHEAD 1999) et (RUGH et SHAMMA 2000) décrivent toute l'étendue des méthodes concernant l'analyse et la synthèse de loi de commande par séquençement de gain. Ce principe a également été examiné dans le cadre de la construction des régulateurs flous à partir du concept PDC (Parallel Distributed Compensation) (TANAKA et SUGENO 1992).

Finalement, la commande multi-contrôleur en l'absence de défauts, est développée afin de contrôler un système non linéaire par l'intermédiaire de l'interpolation des lois de commande  $U_j(k)$  issues des régulateurs locaux synthétisés autour de  $M$  points de fonctionnement différents comme nous l'illustrons à la FIG. 1.5.

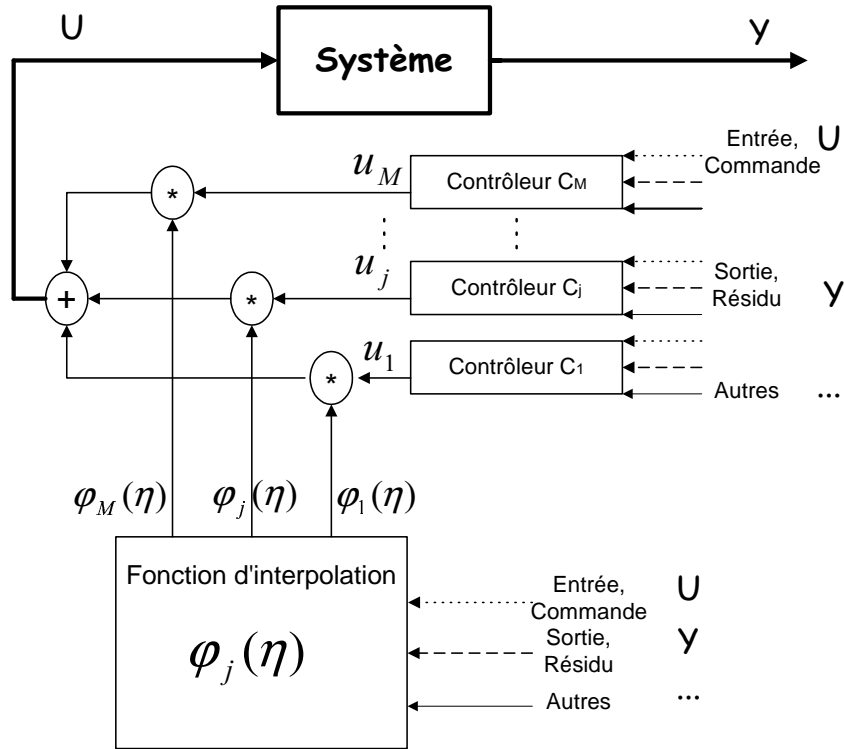


FIG. 1.5: Principe de la commande multi-contrôleurs.

$$U(k) = \sum_{j=1}^M \varphi_j(\eta) U_j(k) , \quad (1.22)$$

où  $\varphi_j(\eta)$  représente la variable d'interpolation en fonction de  $\eta$ , lui-même dépendant des variables du système. Cette dernière peut être considérée comme un paramètre dépendant du temps, ou d'un composant physique par exemple. C'est-à-dire que la fonction d'interpolation peut être calculée par rapport aux variables du système (état, entrée ou variables incertaines). Cette fonction peut être aussi calculée par l'intermédiaire de la sortie estimée du système, ou du résidu de sortie d'un filtre, finalement, cette fonction peut être pré-établie grâce à la connaissance du comportement physique du système comme par exemple dans le cadre de la logique floue (règles d'inférences).

Concernant les systèmes linéaires à paramètres variants, l'interpolation est directement fonction du séquençement de gain décrivant le comportement du système. La vitesse de variation

du séquençement de gain constitue un élément essentiel dont il est impératif de tenir compte dans la synthèse de la loi de commande (LAWRENCE et RUGH 1995). Par contre si cette variable évolue lentement, son influence est négligeable (SHAMMA et ATHANS 1990). (RONG *et al.* 2002) montrent combien il est important d'utiliser, dans la synthèse d'une loi de commande issue de l'interpolation de la sortie des régulateurs locaux, la vitesse d'évolution temporelle de la variable, permettant de décrire le comportement dynamique d'un système non linéaire à partir d'une combinaison linéaire de multiples modèles linéaires (MCLOONE et IRWIN 2001), (THEILLIOL 2003). Cette synthèse est directement issue de la modélisation des systèmes non linéaires sous forme d'interpolation de modèles linéaires développée par (LEITH et LEITHEAD 1999).

Une approche en l'absence de défauts dans un contexte stochastique a été proposée par (BANERJEE *et al.* 1995) qui considèrent un système non linéaire décrit par un ensemble de points de fonctionnement distincts associé à un ensemble de modèles linéaires invariants dans le temps.

$$m_j : \begin{cases} \dot{x}(t) = A_j x(t) + B_j u(t), \\ y(t) = C_j x(t) + D_j u(t) \end{cases} \quad \text{où } j \in [1, 2, \dots, M]. \quad (1.23)$$

Pour chaque  $j^{\text{ème}}$  point de fonctionnement est synthétisé un contrôleur adapté. La commande globale du système est calculée à partir de la pondération de chaque régulateur local :

$$u(t) = \sum_{j=1}^M \varphi_j(t) u_j(t), \quad (1.24)$$

où  $\varphi_j(t)$  est une fonction de pondération qui est définie à partir d'un banc de résidus ( $r_j(t)$ ) issu d'un banc de filtres de Kalman. Cette fonction de pondération est calculée à l'aide de la probabilité des modes de fonctionnement selon le théorème de Bayes développé au paragraphe précédent.

La fonction de probabilité constitue une estimation du séquençement de gain permettant d'approximer également le comportement dynamique dans les zones de transition entre les points de fonctionnement.

Une variante dans la synthèse de loi de commande multi-contrôleurs est ensuite présentée. Cette variante est décrite en l'absence de connaissance exacte du séquençement de gain, où la commutation d'un contrôleur à un autre est généralement réalisée à partir de l'évaluation d'une fonction coût  $J_j(t)$  (NARENDRA *et al.* 2003). Cette fonction est évaluée par un critère basé sur l'erreur de sortie ( $e_j(t)$ ), qui est obtenue au travers de la différence entre la sortie

$\hat{Y}_j(t)$  du modèle linéaire  $m_j$  et la sortie du système  $Y(t)$ , comme nous l'illustrons dans la FIG. 1.6.

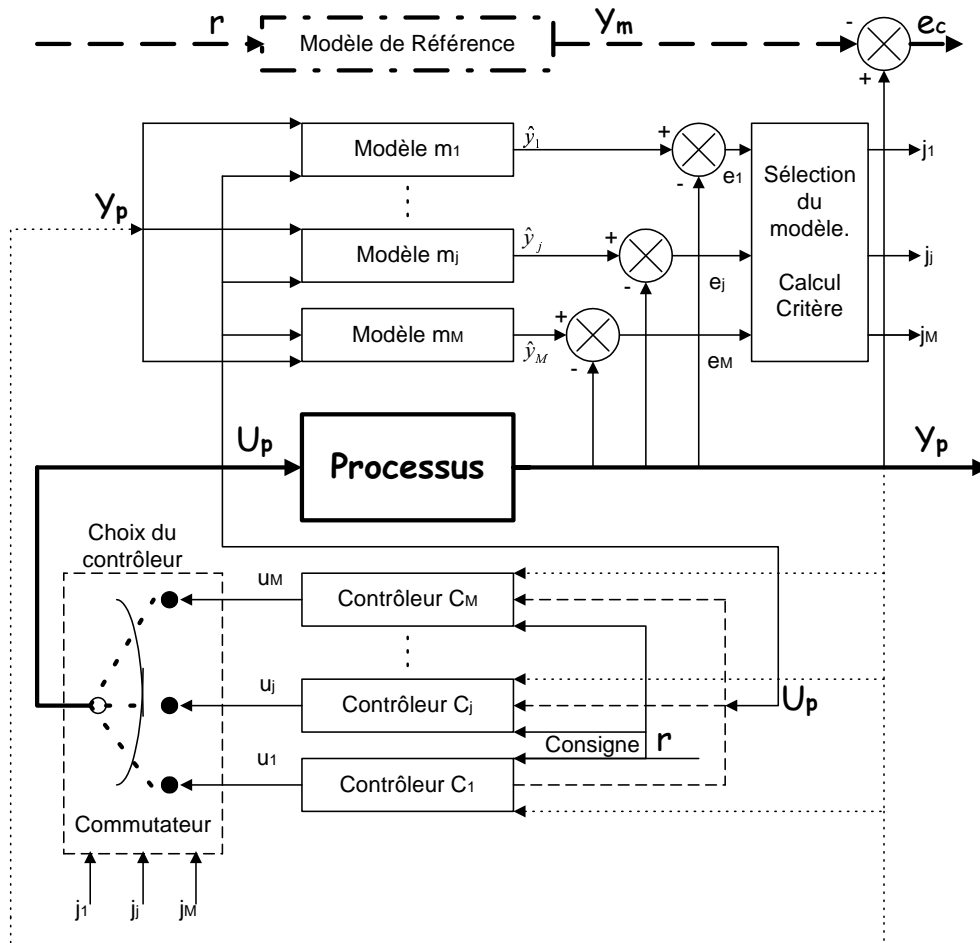


FIG. 1.6: Commande de systèmes : approche à base des modèles multiples selon Narendra.

Dans cette figure, la valeur minimum du critère de l'indice de performance  $J_j(t)$  (méthode de commutation), est calculée en fonction de l'erreur de sortie  $e_j(t)$  quadratique. Cette valeur minimum, permet de définir la commutation entre les régulateurs. Différentes améliorations sur cette approche peuvent être trouvées dans (NARENDRA et ANNASWAMY 1989), (NARENDRA *et al.* 1995), (NARENDRA et BALAKRISHNAN 1997), et (PAGES 2001).

Dans l'hypothèse de l'étude de systèmes en présence de défauts, les méthodes de diagnostic à base de réseaux de neurones ou de logique floue (SPREITZER et BALLÉ 2000) et (PATTON *et al.* 2001) autour de différents points de fonctionnement en neurone-flou (BALLÉ *et al.* 1997) et (WOLFRAM et ISERMANN 2001), ont été développées et reposent essentiellement sur un apprentissage des situations en défauts/défaillances, tout en supposant que les fonctions d'activation sont indépendantes des défauts, comme suggéré par (CHEN et PATTON 1999). Ainsi sous l'hypothèse des fonctions d'interpolation indépendantes des défauts, (CHEN et PATTON 1999) proposent de synthétiser un gain d'observateur unique, capable d'être décou-

plé des défauts et des erreurs de modélisation provenant des hypothèses de représentation, sous forme d'interpolation de modèles élémentaires.

En dehors de la logique floue, peu de méthodes sur le diagnostic de défauts à base de modèles multiples ont été traitées. Nous pouvons mentionner (BHAGWAT *et al.* 2003a), qui proposent une méthode permettant de détecter et d'isoler des défauts durant la période de transition ou passage d'un modèle à l'autre. Un banc de modèles linéaires est proposé afin de décrire le comportement du système non linéaire. Un banc de filtres de Kalman et des observateurs en boucle ouverte préalablement conçus selon le banc de modèles déterminés sont utilisés dans le but d'estimer l'état et la génération de résidus. L'évaluation de ces résidus s'exécute avec des seuillages, tâche de défauts, cartes logiques (*Simulink-Stateflow*) permettant la détection et l'isolation de défauts en ligne (BHAGWAT *et al.* 2003b). Ici, la sélection du modèle est effectuée sur la connaissance que le passage entre modèles représentatifs est réalisé seulement au modèle suivant ou au modèle précédent. A la différence de ce travail, nous nous sommes intéressés à l'estimation des fonctions d'activation des modèles représentatifs du système et à la réalisation de la méthode par des techniques complètement analytiques.

Dans le même objectif de détecter et d'isoler des défauts, s'accompagnant de la commande tolérante aux défauts, (FUENTE et DURAN 2001) proposent une méthode organisée en trois étapes : la définition d'un contrôleur de type prédictif généralisé multivariable utilisant la minimisation d'une fonction coût pour choisir la commande appropriée, un algorithme de détection et d'isolation de défauts dont on considère seulement les défauts du système et un module de reconfiguration activé en présence de ces défauts. Ce module est construit à l'aide d'un banc de modèles préalablement établis. Avec l'information issue de la détection et de l'isolation de défauts, la reconfiguration conduit à un nouveau point de fonctionnement, et par conséquent, un nouveau modèle est choisi. Contrairement à ce travail, nous nous sommes intéressés aux défauts de composants (capteur et actionneur), ainsi qu'à l'interpolation entre les modèles. Cependant dans nos activités de recherche la commande tolérante aux défauts n'est pas considérée.

En présence de défauts, nous cherchons à calculer ou à estimer la variable ou fonction d'activation de manière indépendante des défauts car sinon le système bouclé risque d'être inopérant. De même que le diagnostic de défauts est récemment considéré pour les systèmes non linéaires, l'accommodation aux défauts à base de modèles analytiques pour ces derniers a été très rarement traitée. Certaines méthodes d'accommodation aux défauts, conçues à partir de techniques heuristiques, ont cependant été développées. Partant d'un modèle neurone/flou, l'accommodation aux défauts est basée sur une commande neurone/floue adaptative stable, apte à réaliser un apprentissage en ligne de nouvelles dynamiques inconnues, occasionnées par l'occurrence d'un défaut. Les approches développées sont générées pour une application spécifique comme par exemple un système d'air conditionné (LIU et DEXTER 2001), un moteur à induction (LOPEZ-TORIBIO et PATTON 1999), un réacteur d'avion (DIAO et

PASSINO 2001) et un bateau (IZADI-ZAMANABADI et BLANKE 1999). On notera également que le principe de commande additive pour compenser les défauts, constitue une des stratégies exploitées dans les approches à base de réseaux de neurones multicouches (POLYCARPOU et VEMURI 1995).

Nos travaux de recherche que nous vous proposons de découvrir dans ce mémoire de thèse traitent du diagnostic de défauts au sein des systèmes représentés sous forme de modèles multiples interpolés mais également de rendre insensible le calcul des fonctions d'activation à ces mêmes défauts.

### 1.3 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté une synthèse bibliographique des méthodes de diagnostic de défauts de systèmes en considérant en particulier des approches analytiques à base de modèles multiples.

Les généralités concernant le diagnostic de systèmes linéaires et les approches multi-modèles ont été traitées de manière succincte. Les méthodes de représentation et commande des systèmes non linéaires sont également abordées.

Cette étude bibliographique, nous a ainsi permis de préciser qu'il existe peu de résultats concernant le diagnostic de défauts pour les systèmes à représentation multi-modèles interpolés. Cette manière de représenter le comportement dynamique des processus permet de décrire le fonctionnement d'une grande variété de processus et autorise la prise en compte de larges conditions opératoires. Ainsi, le diagnostic de défauts peut être étudié et envisagé pour un grand nombre de systèmes.

S'il existe une fonction de pondération connue ou mesurable dépendant de l'état du système, des entrées ou d'un signal exogène, alors, le système peut être décrit sous la forme d'un modèle linéaire à paramètre variant (STILWELL et RUGH 1999) ou sous forme d'un modèle flou (LEE *et al.* 2001). De même, sans considérer obligatoirement une étape de linéarisation, il peut être envisagé d'élaborer pour certain système non linéaire une transformation, afin de masquer les non linéarités.

Ainsi, ce premier chapitre permet de positionner notre travail de thèse parmi les méthodes de diagnostic de défauts de systèmes à représentation multi-modèles. Il permet de situer notre contribution consistant à utiliser un ensemble de modèles linéaires invariants dans le temps (exacts ou incertains) interpolés. Comme nous le verrons, ces travaux de recherche conduiront également à la mise en œuvre d'une méthode d'estimation robuste des fonctions



---

d'activation associées aux modèles, dans le but, par exemple, de générer une loi de commande adéquate en présence de défauts.



# Chapitre 2

## Synthèse d'une méthode de diagnostic de défauts et d'estimation des modèles actifs au sein de systèmes représentés par des modèles multiples interpolés

### 2.1 Introduction

Ce chapitre traite du diagnostic de défauts des systèmes décrits à partir des modèles multiples interpolés. Conformément à l'objectif visé, deux buts doivent être atteints : d'une part la détection et l'isolation de défauts, et d'autre part l'estimation d'une fonction d'activation du modèle actif. Nous considérons ici la synthèse d'une méthode de génération de résidus fondée sur une représentation stochastique d'un système défini exactement autour de différents points de fonctionnement.

Pour accomplir cet objectif, nous proposons tout d'abord une méthode exploitant un banc de filtres de Kalman classiques, qui permet d'engendrer plusieurs séquences d'innovation. Celles-ci sont évaluées par l'intermédiaire de la règle de Bayes afin d'effectuer l'estimation de la fonction d'activation pour chaque modèle. Cette méthode permet d'atteindre le premier objectif. Afin d'accomplir l'objectif de la détection et l'isolation de défauts, un ensemble de tests du rapport de vraisemblance est réalisé.

Une étude sur le comportement du résidu est ensuite réalisée. La synthèse d'un banc de filtres de Kalman découplés des défauts est également proposée. Dans ce cadre, chaque filtre permet d'effectuer simultanément la génération de deux résidus stochastiques directionnels : le premier résidu est sensible aux effets de défauts permettant la détection et l'isolation des défauts, et le deuxième résidu est rendu insensible aux défauts, mais sensible aux changements de points de fonctionnement afin d'être utilisé pour l'estimation des fonctions d'activation qui pondèrent chacun des modèles linéaires d'interpolation.

Les performances de la méthode seront validées à partir de la simulation d'un système multi-variables.

## 2.2 Méthode d'évaluation multi-hypothèses : la problématique de la détection de défauts et de la robustesse vis-à-vis des points de fonctionnement

### 2.2.1 Contexte

Considérons un système non linéaire stochastique en présence de défauts de capteur et d'actionneur représenté sous la forme d'état discrète suivante :

$$\begin{cases} X(k+1) = h(X(k), U(k), f(k)) + \omega(k), \\ Y(k) = g(X(k), U(k), f(k)) + v(k), \end{cases} \quad (2.1)$$

où  $X \in \mathbb{R}^n$  représente le vecteur d'état,  $U \in \mathbb{R}^p$  est le vecteur d'entrée,  $Y \in \mathbb{R}^m$  est le vecteur de mesure et  $f \in \mathbb{R}^q$  est le vecteur des défauts. Les vecteurs  $\omega(k)$  et  $v(k)$  représentent deux bruits gaussiens, indépendants, de moyenne nulle et de matrices de variance-covariance respectivement  $Q$  et  $R$ . Les fonctions  $h$  et  $g$  sont des fonctions non linéaires supposées continues et indéfiniment dérivables.

Sous l'hypothèse que ce système peut être représenté au travers de la décomposition de la plage de fonctionnement complète par un nombre de  $M$  régimes de fonctionnement possibles (LEITH et LEITHEAD 2000) et sous l'hypothèse que les défauts se présentent sous forme additive. Ce dernier s'écrit, autour du  $j^{\text{ème}}$  point de fonctionnement,  $\forall j \in [1, 2, \dots, M]$  sous la forme suivante :

$$\begin{cases} X(k+1) = A_j X(k) + B_j U(k) + \Delta_{X_j} + F_{X_j} f(k) + \omega_j(k), \\ Y(k) = C_j X(k) + D_j U(k) + \Delta_{Y_j} + F_{Y_j} f(k) + \nu_j(k), \end{cases} \quad (2.2)$$

où  $F_{X_j}$  et  $F_{Y_j}$  représentent les matrices de distribution des défauts d'actionneur et de capteur respectivement.  $\Delta_{X_j}$  et  $\Delta_{Y_j}$  correspondent à des vecteurs constants dépendant du  $j^{\text{ème}}$  point de fonctionnement, où l'annexe B présente une explication plus approfondie. Les termes  $\omega_j$  et  $\nu_j$  sont deux bruits gaussiens, indépendants, de moyenne nulle et de matrices de variance-covariance respectivement  $Q_j$  et  $R_j$  pour le  $j^{\text{ème}}$  point de fonctionnement.  $A_j$ ,  $B_j$ ,  $C_j$  et  $D_j$  sont des matrices constantes de dimensions appropriées et connues quelque soit le point de

fonctionnement représentant le système non linéaire autour du  $j^{\text{ème}}$  point de fonctionnement avec pour hypothèse que le rang de chaque matrice soit identique  $\forall j$ .

Ainsi, de manière similaire au formalisme proposée par (JOHANSEN et FOOS 1998) en l'absence de défauts, le système linéaire, défini par la paire de signaux d'entrée et de sortie  $(Y_j, U_j)$ , résultant de la modélisation d'un processus non linéaire autour du  $j^{\text{ème}}$  point de fonctionnement, sur l'ensemble des  $M$  points de fonctionnement, se détermine par un jeu de matrices :

$$S_j = \begin{bmatrix} A_j & B_j & \Delta_{X_j} & F_{X_j} & \omega_j \\ C_j & D_j & \Delta_{Y_j} & F_{Y_j} & \nu_j \end{bmatrix}, \quad \forall j = [1, 2, \dots, M]. \quad (2.3)$$

Dans le but de représenter le système non linéaire (2.1), l'ensemble de modèles linéaires (2.3) est utilisé à chaque instant, pour la séquence de matrice variante  $S(k)$  suivante :

$$S(k) := \left\{ \sum_{j=1}^M \varphi_j(k) S_j : \varphi_j(k) \geq 0, \sum_{j=1}^M \varphi_j(k) = 1 \right\}, \quad (2.4)$$

où  $S(k)$  est la séquence de matrice qui décrit le comportement dynamique du système non linéaire.  $\varphi_j$  correspond à la variable de coordination, également appelée fonction de validation, considérée inconnue. Ainsi le comportement dynamique du système non linéaire peut être défini à partir d'un jeu de modèles linéaires invariants dans le temps, noté  $S = [S_1, S_2, \dots, S_M]$  sur l'ensemble convexe :

$$\Lambda := \left\{ \varphi_j \in \mathfrak{R}^M : \varphi_j(k) \geq 0, \sum_{j=1}^M \varphi_j(k) = 1 \right\}, \quad (2.5)$$

où  $\Lambda$  décrit l'ensemble convexe de modèles linéaires  $S$ .

D'après (PARK *et al.* 1994) et sans nuire à la généralité de notre méthode, les défauts capteurs considérés comme des incertitudes structurées, peuvent être interprétés mathématiquement comme des pseudo défauts d'actionneurs. Ainsi en considérant un vecteur unique de défauts  $f \in \mathfrak{R}^{m+n}$ , chaque jeu de matrices associées aux modèles linéaires sur l'ensemble convexe peut être représenté sous la forme :

$$S_j = \begin{bmatrix} A_j & B_j & \Delta_{X_j} & F_j & \omega_j \\ C_j & D_j & \Delta_{Y_j} & \nu_j & \end{bmatrix}, \quad \forall j \in [1, 2, \dots, M], \quad (2.6)$$

où  $F_j$  est la matrice de distribution de défauts possédant la propriété  $\forall j, \text{rang}(F_j) = q$ , où  $q$  est le nombre de défauts.

Dans une première étape, en s'inspirant directement des travaux de Banerjee (BANERJEE *et al.* 1995) consacrés à la commande et à l'estimation de l'état d'un système non linéaire, nous considérons un banc de  $M$  filtres de Kalman exploités autour des  $M$  points de fonctionnement afin d'appréhender la problématique du diagnostic de défauts au sein de systèmes représentés par des modèles multiples interpolés. Ces premiers travaux supposent que la fonction d'activation de l'interpolation n'est pas une variable connue.

Ainsi un filtre de Kalman est établi en considérant que le système non linéaire évolue autour du  $i^{\text{ème}}$  point de fonctionnement, et est donné sous la forme :

$$\begin{cases} \hat{X}_i(k+1) = A_i \hat{X}_i(k) + B_i U(k) + \Delta_{X_i} + K_i(k)(Y(k) - \hat{Y}_i(k)), \\ \hat{Y}_i(k) = C_i \hat{X}_i(k) + D_i U(k) + \Delta_{Y_i} \end{cases}, \forall i \in [1, 2, \dots, M], \quad (2.7)$$

où  $\hat{X}_i \in \mathfrak{R}^n$  et  $\hat{Y}_i \in \mathfrak{R}^m$  représentent les estimations du vecteur d'état et de mesure.  $A_i$ ,  $B_i$ ,  $C_i$  et  $D_i$  sont des matrices constantes de dimension appropriée.  $K_i \in \mathfrak{R}^{n \times m}$  correspond à la matrice du gain du filtre de Kalman.  $\Delta_{X_i}$  et  $\Delta_{Y_i}$  correspondent à des vecteurs constants dépendant du  $i^{\text{ème}}$  modèle considéré.

Comme nous l'avons évoqué dans le chapitre précédent, l'utilisation d'un banc de filtres de Kalman conduit à la génération d'un banc de résidus permettant la détection du modèle le plus apte à représenter le comportement dynamique du système non linéaire. Ainsi, comme le proposent (JOHANSEN et FOOS 1998) et (BANERJEE *et al.* 1995), les fonctions de validité des modèles linéaires peuvent se définir à partir des probabilités établies sur la base des résidus. Celles-ci permettent de donner un poids à la contribution de chaque modèle linéaire lors de la reconstruction de modèle non linéaire sur l'ensemble convexe et, plus précisément, de sélectionner dans un contexte boucle fermée, le point de fonctionnement actif et par conséquent le contrôleur adéquat. Comme suggéré par (MAYBECK 1999), le résidu est utilisé pour calculer la densité de probabilité sous l'hypothèse de suivre une loi de distribution gaussienne autour d'un point de fonctionnement. Effectivement Lainiotis (LAINIOTIS 1976) montre que si le  $j^{\text{ème}}$  modèle décrit exactement le système, alors l'innovation  $r_i$  est de moyenne nulle et a pour matrice de variance-covariance  $\Theta_i$ . La densité de probabilité, notée  $\wp$  est définie par :

$$\wp(r_i(k)|i) = \frac{\exp \left[ -\frac{1}{2} r_i(k) \Theta_i^{-1}(k) r_i^T(k) \right]}{\left[ (2\pi)^{(m)} \det(\Theta_i(k)) \right]^{1/2}}, \quad (2.8)$$

où  $\Theta_i \in \mathfrak{R}^{m \times m}$  représente la matrice de variance-covariance de  $r_i$  équivalente à  $\Theta_i = C_i Q_i C_i^T + R_i$  avec respectivement  $Q_i$  et  $R_i$  les matrices de variance-covariance de l'erreur

d'état et du bruit de mesure du  $i^{\text{ème}}$  modèle.  $m$  représente la dimension du résidu  $r_i$ .

Le mode de probabilité, noté  $Pr$ , associé à chaque modèle, définit que le modèle  $i$  soit le modèle permettant la description du comportement dynamique du système à l'instant  $k$  connaissant la mesure historique des résidus  $r_H(k) = [r(k) \ r(k-1) \ \dots]^T$ . Ce mode peut être calculé selon la règle de Bayes qui est définie par :

$$\begin{aligned}
 Pr(i|r_H(k)) &= Pr(i|r(k), r_H(k-1)) \\
 &= \frac{Pr(i|r_H(k-1)) \times \varphi(r(k)|i, r_H(k-1))}{Pr(r(k))} \\
 &= \frac{Pr(i|r_H(k-1)) \times \varphi(r(k)|i, r_H(k-1))}{\sum_{h=1}^M \varphi(r(k)|h, r_H(k-1)) Pr(h|r_H(k-1))},
 \end{aligned} \tag{2.9}$$

où les probabilités de validité des modèles  $Pr(i|r_H(k))$  sont données par l'équation (2.9) en utilisant les densités de probabilité  $\varphi(r_i(k)|i)$  données par (2.8).

Ces probabilités permettent de donner un poids à chaque modèle linéaire lors de la reconstruction du modèle non linéaire au travers l'interpolation. Cette probabilité est représentée par le vecteur  $Pr(i|r_H(k))$ , où ( $i \in [1, 2, \dots, M]$ ) de la manière suivante :

$$Pr(k) = \left[ Pr(1|r_H(k)), \dots, Pr(i|r_H(k)), \dots, Pr(M|r_H(k)) \right]^T. \tag{2.10}$$

Les probabilités  $Pr(i|r_H(k))$  permettent de déterminer la contribution de chaque modèle (JOHANSEN et FOOS 1998), (BANERJEE *et al.* 1995), et (FOSS *et al.* 1995). Chaque probabilité peut prendre des valeurs entre zéro et un, mais la somme de celles-ci doit toujours être égale à un (MURRAY-SMITH et JOHANSEN 1997), (BANERJEE et ARKUN 1998) :

$$0 < Pr(i|r_H(k)) < 1, \quad \sum_{i=1}^M Pr(i|r_H(k)) = 1. \tag{2.11}$$

Les probabilités permettent dans ce cadre, de déterminer la valeur de contribution de chaque modèle de façon à reconstruire le plus exactement possible le système. Ainsi, une probabilité tendant vers 1 rendra compte de la contribution totale d'un modèle, par opposition à une probabilité tendant vers 0. Cette solution donne lieu à la sélection au travers de l'obtention de la contribution de chaque modèle.

Cependant, une autre tâche reste à résoudre comme il est énoncé précédemment : celle de détecter et d'isoler les défauts. Nous nous sommes inspirés des travaux de recherche de (WATANABE et TZAFESTAS 1990), et (WATANABE 1991) portant sur le diagnostic de

défauts au sein des systèmes linéaires selon une approche à base de modèles multiples en cherchant à l'étendre aux systèmes non linéaires. Les auteurs précisent la non exploitation possible de cette stratégie pour des raisons technologiques et non pas scientifiques (temps de calcul, espace mémoire, ...) en faveur du développement d'un algorithme permettant la détection de défauts appelé méthode statistique du Test du Rapport de Vraisemblance Généralisé (TRVG) ou GLR (par son acronyme en anglais, *Generalized Likelihood Ratio*) (WILLSKY 1976), (BASSEVILLE 1985), et (GUSTAFSSON 1996).

Nous avons entrepris de trouver une solution à notre problème consistant à atteindre deux objectifs différents, le diagnostic de défauts et l'estimation d'une fonction d'activation de validation de modèles au sein d'un système représenté par des modèles multiples interpolés, sans chercher effectivement à reconsidérer le générateur des résidus mais à exploiter de manière efficace l'évaluation des résidus afin d'atteindre nos objectifs. Le paragraphe suivant est consacré à présenter plus particulièrement la méthode statistique du TRVG dans un contexte multi-modèles interpolés.

## 2.2.2 Test du rapport de vraisemblance généralisé (TRVG)

### 2.2.2.1 Définition des hypothèses

Pour appliquer le test du rapport de vraisemblance généralisé, il est nécessaire de définir les hypothèses de comportement suivantes :

- $H_0$  : fonctionnement normal.
- $H_1$  : fonctionnement anormal.

Le rapport de vraisemblance (RV) est un test multiple hypothèse où le fonctionnement sous  $H_0$  est comparé avec celui sous  $H_1$ . Le test est défini par :

$$RV(\theta, v) \triangleq 2 \ln \frac{\varphi(Y^N | H_1(\theta, v))}{\varphi(Y^N | H_0)}, \quad (2.12)$$

où  $v$  est l'amplitude du changement,  $\theta$  est l'instant d'apparition du changement,  $Y$  est la mesure,  $\varphi$  est la densité de probabilité et  $N$  est le nombre d'échantillons.

La FIG. 2.1 illustre la fonction de distribution de probabilité du signal de sortie  $Y$  sous les hypothèses  $H_0$  et  $H_1$ . Le test du Rapport de Vraisemblance Généralisé a une double maximisation par rapport à  $\theta$  et  $v$ , ce qui donne les estimations suivantes :

$$\hat{v}(\theta) \triangleq \arg \max_v 2 \ln \frac{\varphi(Y^N | H_1(\theta, v))}{\varphi(Y^N | H_0)}, \quad (2.13)$$



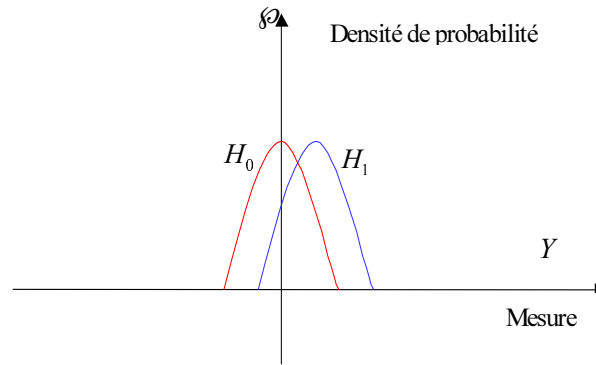


FIG. 2.1: Courbe d'interprétation du RV entre les hypothèses \$H\_0\$ et \$H\_1\$.

et

$$\hat{\theta} \triangleq \arg \max_{\theta} 2 \ln \frac{\varphi(Y^N | H_1(\theta, \hat{v}(\theta)))}{\varphi(Y^N | H_0)}, \quad (2.14)$$

où, \$\hat{v}\$ est l'estimation de l'amplitude \$v\$ à l'instant d'apparition \$\theta\$. Ce dernier est estimé par \$\hat{\theta}\$ (GUSTAFSSON 1996).

Le système est considéré en fonctionnement avec défaut si

$$RV(\hat{\theta}, \hat{v}(\hat{\theta})) > \lambda, \quad (2.15)$$

où \$\lambda\$ est un seuil préalablement déterminé.

### 2.2.2.2 Algorithme du Test du Rapport de Vraisemblance Généralisé (TRVG) : Rappel

Dans le cas de nos travaux de recherche, nous avons utilisé l'algorithme développé par Willsky (1985), inclus dans l'ouvrage de (BASSEVILLE et BENVENISTE 1985). Cet algorithme permet la détection et l'estimation en ligne des changements additifs sur l'entrée, la sortie ou l'état de tout système linéaire multi-variable.

Le principe est que tout changement additif sur l'état ou l'observation d'un système linéaire se traduit par un changement de moyenne sur l'innovation issue du filtre de Kalman établi à partir d'un modèle linéaire du système en l'absence de défauts.

La procédure de détection du TRVG exploite la nature gaussienne des excitations présentes au sein des équations d'état et d'observation du modèle pour rendre plus explicites certaines maximisations. L'algorithme comprend un filtre de Kalman, un détecteur de changement, et un estimateur de l'instant \$\theta\$ et de l'amplitude \$v\$ du changement.

Dans ce contexte, l'hypothèse  $H_0$  correspond au fonctionnement normal du système, tandis que l'hypothèse  $H_1$  considère la présence d'un type de changement abrupt (défaut) qui apparaît à l'instant de temps  $\theta$ . Les termes  $f_{X\varsigma}v$ , et  $f_{Y\varsigma}v$  sont utilisés afin de représenter ces défauts comme nous l'indiquons ci-dessous :

$H_0$  :

$$\begin{cases} X(k+1) = AX(k) + BU(k) + \Delta_X + \omega(k), \\ Y(k) = CX(k) + DU(k) + \Delta_Y + \nu(k), \end{cases} \quad (2.16)$$

et

$H_1$  :

$$\begin{cases} X(k+1) = AX(k) + BU(k) + \Delta_X + f_{X\varsigma}(k, \theta)v + \omega(k), \\ Y(k) = CX(k) + DU(k) + \Delta_Y + f_{Y\varsigma}(k, \theta)v + \nu(k), \end{cases} \quad (2.17)$$

où  $X \in \mathfrak{R}^n$  représente le vecteur d'état,  $U \in \mathfrak{R}^p$  représente le vecteur d'entrée,  $Y \in \mathfrak{R}^m$  représente le vecteur des mesures.  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$  sont les matrices constantes de dimensions appropriées représentant le modèle autour d'un point de fonctionnement. Les termes  $\omega$  et  $\nu$  sont deux bruits gaussiens, indépendants, de moyenne nulle et de matrices de variance-covariance respectivement  $Q$  et  $R$ .  $f_{X\varsigma}v$ , et  $f_{Y\varsigma}v$  représentent l'amplitude et la direction des défauts d'actionneur et respectivement de capteur et  $\varsigma = [1, 2, \dots, q]$ , est l'indice de défaut.  $\Delta_X$  et  $\Delta_Y$  correspondent à des vecteurs constants dépendant du modèle,  $v \in \mathfrak{R}^l$  est l'amplitude de défauts et enfin,  $\theta$  représente l'instant d'apparition du défaut.

Pour développer le test du Rapport de Vraisemblance Généralisé, nous avons besoin de réaliser un filtre de Kalman (cf. annexe A) sous l'hypothèse sans défaut, c'est-à-dire  $H_0$ , sous la forme classique :

$$\begin{cases} \hat{X}(k+1) = A\hat{X}(k) + BU(k) + \Delta_X + K(k)(Y(k) - \hat{Y}(k)), \\ \hat{Y}(k) = C\hat{X}(k) + DU(k) + \Delta_Y. \end{cases} \quad (2.18)$$

Le filtre de Kalman génère une estimation de l'état, la séquence d'innovation  $r(k)$  ainsi que l'estimation de sa variance.

En supposant que l'occurrence d'un défaut sous la forme d'un changement abrupt se produit à l'instant de temps donné  $\theta$  avec une amplitude  $v$ , les équations de l'état estimé et prédit ainsi que la séquence d'innovation deviennent équivalentes à :

$$X(k) = X_N(k) + \alpha_{X_\zeta}(k, \theta)v, \quad (2.19)$$

$$\hat{X}(k) = \hat{X}_N(k) + \beta_{X_\zeta}(k, \theta)v, \quad (2.20)$$

$$\hat{X}(k | k-1) = \hat{X}_N(k | k-1) + \mu_{X_\zeta}(k-1, \theta)v, \quad (2.21)$$

$$r_G(k) = r_N(k) + \rho_{X_\zeta}(k, \theta)v, \quad (2.22)$$

où les termes  $\hat{X}_N(k)$ ,  $\hat{X}_N(k | k-1)$  et  $r_N(k)$  représentent les valeurs lorsqu'aucun changement s'est produit et  $r_G$  représente l'innovation générale (avec la présence d'un changement). Les autres termes sont les réponses lorsqu'un changement a eu lieu. Les fonctions  $\alpha_{X_\zeta}$ ,  $\beta_{X_\zeta}$ ,  $\mu_{X_\zeta}$  et  $\rho_{X_\zeta}$ , sont calculées de manière récursive à l'aide d'une fenêtre glissante. Voici la forme récursive de l'algorithme pour déterminer les valeurs des fonctions mentionnées précédemment :

$$\alpha_{X_\zeta}(k+1, \theta) = A\alpha_{X_\zeta}(k, \theta) + f_{X_\zeta}(k, \theta), \quad \alpha_{X_\zeta}(\theta, \theta) = 0, \quad (2.23)$$

$$\begin{aligned} \beta_{X_\zeta}(k+1, \theta) = & [I - K(k+1)C]\mu_{X_\zeta}(k+1, \theta) \\ & + K(k+1)[C\alpha_{X_\zeta}(k+1, \theta) + f_{Y_\zeta}(k, \theta)], \end{aligned} \quad (2.24)$$

$$\mu_{X_\zeta}(k+1, \theta) = A\beta_{X_\zeta}(k, \theta), \quad \beta_{X_\zeta}(\theta-1, \theta) = 0, \quad (2.25)$$

$$\rho_{X_\zeta}(k, \theta) = C[\alpha_{X_\zeta}(k, \theta) - \mu_{X_\zeta}(k, \theta)] + f_{Y_\zeta}(k, \theta), \quad (2.26)$$

Par définition,  $r_N$  est l'innovation sous des conditions normales, donc à moyenne nulle, avec une covariance gaussienne  $\Theta$ . Au contraire, l'innovation  $r_G$  (2.22), décrit le résidu en la présence d'un défaut avec son instant d'apparition  $\theta$  et son amplitude  $v$ .

En d'autres termes, l'innovation ( $r(k)$ ) a pour loi :

$H_0$  :

$$r(k) \sim \mathcal{N}(0, \Theta(k)) = r_N(k), \quad (2.27)$$

en l'absence de défauts, ainsi que :

$H_1$  :

$$r(k) \sim \mathcal{N}(\rho_{X_\zeta}(k, \theta)v, \Theta(k)) = r_G(k) , \quad (2.28)$$

après l'occurrence de défauts.

Le rapport de vraisemblance (RV) entre ces deux hypothèses est donné par :

$$RV(k, \theta, X_\zeta) = -2 \ln RV(k, \theta) = 2v^T d(k, \theta) - v^T a(k, \theta)v , \quad (2.29)$$

avec

$$a(k, \theta, X_\zeta) = \sum_{l=\theta}^k \rho_{X_\zeta}^T(l, \theta) \Theta^{-1} \rho_{X_\zeta}(l, \theta) , \quad (2.30)$$

$$d(k, \theta, X_\zeta) = \sum_{l=\theta}^k \rho_{X_\zeta}^T(l, \theta) \Theta^{-1} r_G(l) , \quad (2.31)$$

où  $d(k, \theta, X_\zeta)$  est la corrélation entre l'innovation  $r_G$  et la signature  $\rho_{X_\zeta}$  du changement sur l'innovation.

L'amplitude du défaut est estimée en maximisant l'expression suivante :

$$\hat{v}(k, \theta, X_\zeta) = \frac{d(k, \theta, X_\zeta)}{a(k, \theta, X_\zeta)} . \quad (2.32)$$

Le logarithme du RVG pour  $\theta$  fixe est alors obtenu en remplaçant l'amplitude par son estimation :

$$RVG(k, \theta, X_\zeta) = d^T(k, \theta, X_\zeta) a^T(k, \theta, X_\zeta) d(k, \theta, X_\zeta) . \quad (2.33)$$

L'instant d'apparition  $\theta$  est estimé en cherchant le maximum du RV dans une fenêtre de longueur  $N$  (BASSEVILLE 1985) et (BASSEVILLE et BENVENISTE 1985) :

$$\hat{\theta}(k, X_\zeta) = \arg \max_{k-N+1 \leq \theta \leq k} RV(k, \theta, X_\zeta) , \quad (2.34)$$

et l'estimation de l'amplitude devient :

$$\hat{v}(k, X_\zeta) = a^{-1}(k, \hat{\theta}(k), X_\zeta) d(k, \hat{\theta}(k), X_\zeta) . \quad (2.35)$$

La règle de décision du RV peut alors s'écrire sous une forme quadratique en  $\hat{v}$  :

$$RVG(k, \hat{\theta}(k), X_\zeta) = \hat{v}^T(k, X_\zeta) a^T(k, \hat{\theta}(k), X_\zeta) \hat{v}(k, X_\zeta) \underset{H_0}{\geq} \lambda , \quad (2.36)$$

où  $\lambda$  est le seuil entre les deux fonctionnements du système.

Quand un changement est décidé, l'algorithme fournit les estimations suivantes :

$$\hat{v} = \hat{v}(k, X_\zeta) ,$$

et

$$\hat{\theta} = \hat{\theta}(k, X_\zeta) ,$$

où  $\hat{v}$  représente l'estimation de l'amplitude de défauts et  $\hat{\theta}$  représente l'estimation de l'instant d'apparition de défauts.

L'idée de base du TRVG est que différents types de changements abrupts produisent différents effets sur l'innovation du filtre (signatures différentes) et le TRVG calcule la vraisemblance possible de chaque événement mais en corrélant les innovations avec les signatures correspondantes. Nous proposons d'étendre le TRVG dans le cadre d'une représentation à base des modèles multiples interpolés.

### 2.2.2.3 Détection de défauts au sein de systèmes représentés par des modèles multiples interpolés

Nous proposons un TRVG par rapport à un système non linéaire représenté par plusieurs modèles linéaires. Le fait de décomposer le système en  $M$  modèles linéaires représentatifs, implique la réalisation de  $M$  TRVG comme nous l'illustrons à la FIG.2.2, sur la base d'un banc de filtres de Kalman.

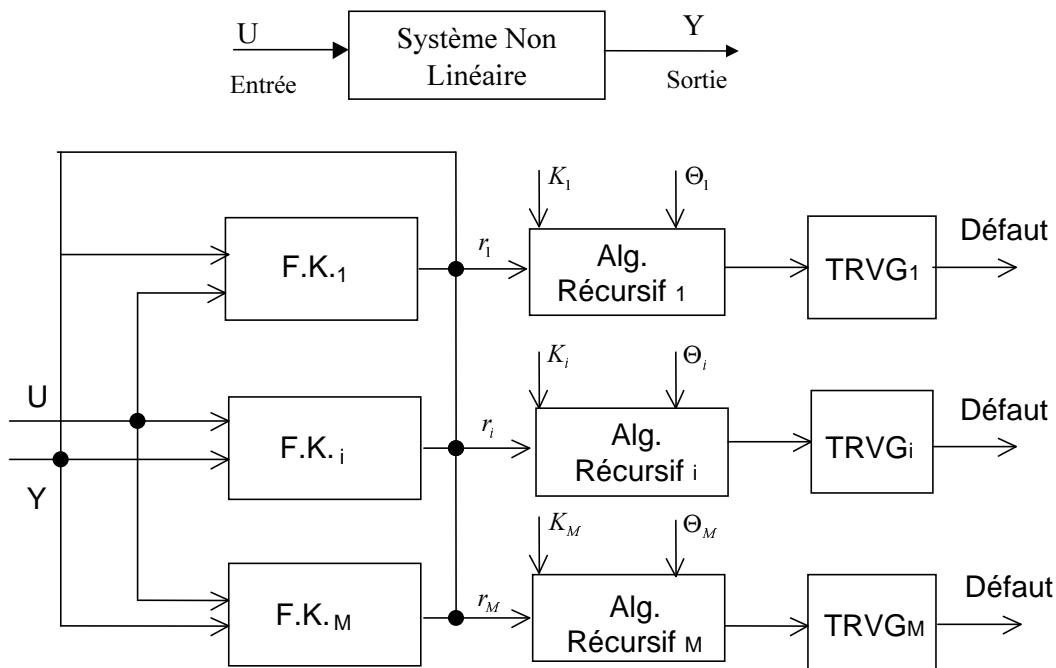


FIG. 2.2: Schéma-bloc du banc de TRVG pour effectuer la détection de défauts.

Sous l'hypothèse que le comportement dynamique d'un système non linéaire, se décrit à partir de l'ensemble des modèles linéaires multiples, les hypothèses du TRVG sont définies

par rapport au nombre de points de fonctionnement  $\forall j \in [1, 2, \dots, M]$ . Ces hypothèses sont décrites par :

$H_{0_j}$  :

$$\begin{cases} X(k+1) = A_j X(k) + B_j U(k) + \Delta_{X_j} + \omega_j(k) \\ Y(k) = C_j X(k) + D_j U(k) + \Delta_{Y_j} + \nu_j(k) \end{cases}, \quad \forall j \in [1, 2, \dots, M], \quad (2.37)$$

et

$H_{1_j}$  :

$$\begin{cases} X(k+1) = A_j X(k) + B_j U(k) + \Delta_{X_j} + F_j f(k) + \omega_j(k) \\ Y(k) = C_j X(k) + D_j U(k) + \Delta_{Y_j} + \nu_j(k) \end{cases}, \quad \forall j \in [1, 2, \dots, M], \quad (2.38)$$

où les équations (2.37 et 2.38), représentent l'ensemble des modèles linéaires multiples respectivement sans défauts et avec défauts.

Les modèles linéaires du système non linéaire étant représentés, nous pouvons procéder à la définition d'un banc de filtres linéaires de Kalman :

$$\begin{cases} \hat{X}_i(k+1) = A_i \hat{X}_i(k) + B_i U(k) + \Delta_{X_i} + K_i(k)(Y(k) - \hat{Y}_i(k)) \\ \hat{Y}_i(k) = C_i \hat{X}_i(k) + D_i U(k) + \Delta_{Y_i} \end{cases} \quad \forall i \in [1, 2, \dots, M].$$

Chacun de ces filtres est conçu pour estimer un des modèles représentatifs du système non linéaire, et un banc de résidus est obtenu, présenté à nouveau comme dans le paragraphe (2.2.1). Cependant des conditions sont requises à ces résidus par rapport à la détection et l'isolation de défauts de la manière suivante :

$$\begin{aligned} H_{0_i} : \quad r_i(k) &\sim \mathcal{N}(\bar{r}_i(k), \Theta_i(k)), \\ H_{1_i} : \quad r_i(k) &\sim \mathcal{N}(\rho_{X_\zeta}(k, \theta)v, \Theta_i(k)), \end{aligned} \quad (2.39)$$

où  $H_{0_i}$  est l'hypothèse du  $i^{\text{ème}}$  modèle sans défaut,  $\bar{r}_i(k)$  est la séquence d'innovation du  $i^{\text{ème}}$  modèle sans défaut,  $H_{1_i}$  est l'hypothèse du  $i^{\text{ème}}$  modèle avec défaut,  $r_i(k)$  est la séquence d'innovation du  $i^{\text{ème}}$  modèle avec défaut,  $\rho_{X_\zeta}(k, \theta)$  est la signature du défaut et  $v$  est l'amplitude du défaut.

Plusieurs TRVG sont développés et exploités simultanément en parallèle, afin de déterminer le comportement du système non linéaire, lorsqu'un défaut s'est produit. Le TRVG est réalisé pour chaque modèle en adaptant les équations définies précédemment (2.29 - 2.36), et qui deviennent :

$$a_i(k, \theta_i, X_\zeta) = \sum_{l=\theta_i}^k \rho_{X_\zeta}^T(l, \theta_i) \Theta_i^{-1} \rho_{X_\zeta}(l, \theta_i) , \quad (2.40)$$

$$d_i(k, \theta_i, X_\zeta) = \sum_{l=\theta_i}^k \rho_{X_\zeta}^T(l, \theta_i) \Theta_i^{-1} r_{iG}(l) . \quad (2.41)$$

L'amplitude du défaut est estimée en maximisant cette expression, c'est-à-dire par :

$$\hat{v}_i(k, \theta_i, X_\zeta) = \frac{d_i(k, \theta_i, X_\zeta)}{a_i(k, \theta_i, X_\zeta)} . \quad (2.42)$$

Le logarithme du TRVG pour un  $\theta_i$  fixé est alors obtenu en remplaçant l'amplitude par son estimation

$$RVG_i(k, \theta_i, X_\zeta) = d_i^T(k, \theta_i, X_\zeta) a_i^{-1}(k, \theta_i, X_\zeta) d_i(k, \theta_i, X_\zeta) . \quad (2.43)$$

L'estimation de l'instant d'apparition  $\hat{\theta}_i(k)$  est effectuée en recherchant le maximum du  $RVG_i$  dans une fenêtre de longueur  $N$  :

$$\hat{\theta}_i(k, X_\zeta) = \arg \max_{k-N+1 \leq \theta_i \leq k} RV(k, \theta_i, X_\zeta) , \quad (2.44)$$

et l'estimation de l'amplitude devient

$$\hat{v}_i(k, X_\zeta) = a_i^{-1}(k, \hat{\theta}_i(k), X_\zeta) d_i(k, \hat{\theta}_i(k), X_\zeta) . \quad (2.45)$$

La règle de décision du TRVG peut alors s'écrire sous forme quadratique en

$$RVG_i(k, \hat{\theta}_i(k), X_\zeta) = \hat{v}_i^T(k, X_\zeta) a_i^{-1}(k, \hat{\theta}_i(k), X_\zeta) \hat{v}_i(k, X_\zeta) \underset{H_{0_i}}{\geq} \lambda_i , \quad (2.46)$$

où  $\lambda_i$  est défini comme le seuil de décision entre les hypothèses  $H_{0_i}$  et  $H_{1_i}$ .

Quand un changement est décidé, l'algorithme fournit les estimations de l'amplitude et l'instant d'apparition du défaut donnés respectivement par :

$$\begin{aligned} \hat{v}_i &= \hat{v}_i(k, X_\zeta) , \\ \hat{\theta}_i &= \hat{\theta}_i(k, X_\zeta) . \end{aligned}$$

Le TRVG est réalisé pour chaque modèle en adaptant les équations définies précédemment (2.40 - 2.46). Ainsi des TRVG sont effectués simultanément afin de déterminer le comportement du système non linéaire lorsqu'un défaut s'est produit. Un bilan des conditions d'exploitation de l'algorithme est présenté dans le TABLEAU 2.1.

S N L	$f$		$f = 0$				$f \neq 0$		
	$F_i$	$m_j$	1	2	$j$	$M$	1	$\dots$	$M$
F	1	$r_1$	$\mathbf{0}$	$\neq 0$	$\dots$	$\neq 0$	$\neq 0$	$\dots$	$\neq 0$
		$TRVG_1$	$\mathbf{0}$	$\mathbf{1}$	$\dots$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$	$\dots$	$\mathbf{1}$
I	2	$r_2$	$\neq 0$	$\mathbf{0}$	$\dots$	$\neq 0$	$\neq 0$	$\dots$	$\neq 0$
		$TRVG_2$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{0}$	$\dots$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$	$\dots$	$\mathbf{1}$
T	$i$	$r_i$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
		$TRVG_i$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
E	$M$	$r_M$	$\neq 0$	$\neq 0$	$\dots$	$\mathbf{0}$	$\neq 0$	$\dots$	$\neq 0$
		$TRVG_M$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$	$\dots$	$\mathbf{0}$	$\mathbf{1}$	$\dots$	$\mathbf{1}$

TAB. 2.1: Comportement du résidu avec et sans défauts.

Dans ce tableau nous décrivons la présence ou l'absence de défauts ( $f = 0$  et  $f \neq 0$ ), le type du modèle  $m_j$  représentant le système non linéaire (SNL), mais également les filtres de Kalman classiques ( $F_i$ ) utilisés pour générer le résidus ( $r_i$ ) considéré nul en l'absence de changement de propriétés statistiques et ( $\neq 0$ ) à l'inverse.

Nous pouvons constater que lorsque le modèle représentatif ( $m_j$ ) est différent du filtre ( $F_i$ ), en présence ou absence de défauts ( $\forall f$ ), le test du rapport de vraisemblance généralisé ( $TRVG_i$ ) correspondant présente une détection ( $TRVG_i = 1$ ).

Effectivement, en l'absence de défaut et lorsque le modèle  $j$  est différent du filtre  $i$ , le  $TRVG_i$  fait apparaître une fausse détection due aux erreurs entre modèles (changement du point de fonctionnement). Cependant, quand les défauts apparaissent nous pouvons constater que tous les  $TRVG$  indiquent une détection : ainsi une fois que le défaut apparaît tous les  $TRGV$  détectent des changements de résidus, en revanche ces changements peuvent être liés à l'occurrence des défauts ou à un changement de point de fonctionnement ou les deux. Nous remarquons que seulement quand ( $m_j = F_i$ ) et ( $f=0$ ), il y a non détection ( $TRVG_i = 0$ ).

En conclusion, les résultats obtenus sur la détection de défauts ne sont pas appropriés parce que la méthode du  $TRVG$  ne peut pas connaître la nature du changement, due soit à un défaut d'un composant (actionneur, capteur, ...), soit au changement d'un point de fonctionnement ou due à la présence des deux. Une analyse du résidu est réalisée dans le paragraphe suivant où la distinction entre un changement de point de fonctionnement et un défaut est étudiée.

#### 2.2.2.4 Origine de la problématique

Afin de mieux appréhender les résultats que nous venons de décrire, nous proposons d'étudier de ce fait un ensemble de résidus sous différentes conditions d'exploitation en supposant que le système non linéaire peut être représenté par le modèle linéaire autour du  $j^{\text{ème}}$  point de fonctionnement équivalent à celui exploité par le filtre, comme nous l'observons dans les



quatre cas suivants :

Cas 1. Quand le modèle  $j$  est égal à l'estimateur  $i$  ( $j = i$ ) en l'absence de défauts ( $f = 0$ ), alors le vecteur d'erreur d'estimation ( $\bar{\varepsilon}_i$ ) et le vecteur de résidus de sortie ( $\bar{r}_i$ ) sont équivalents à :

$$\begin{aligned}\bar{\varepsilon}_i(k) &= X(k) - \hat{X}_i(k) , \\ \bar{\varepsilon}_i(k+1) &= (A_i - K_i(k)C_i)\bar{\varepsilon}_i(k) - K_i(k)\nu_j(k) + \omega_j(k) ,\end{aligned}\tag{2.47}$$

et

$$\begin{aligned}\bar{r}_i(k) &= Y(k) - \hat{Y}_i(k) , \\ \bar{r}_i(k) &= C_i\bar{\varepsilon}_i(k) + \nu_j(k) .\end{aligned}\tag{2.48}$$

Cette première situation est considérée comme élémentaire, c'est-à-dire que le modèle linéaire représentatif et le filtre sont de forme identique.

Cas 2. Quand le modèle  $j$  est égal à l'estimateur  $i$  ( $j = i$ ) et le système en présence de défauts ( $f \neq 0$ ), alors le vecteur d'erreur d'estimation ( $\varepsilon_i$ ) et le vecteur de résidus de sortie ( $r_i$ ) sont équivalents à :

$$\begin{aligned}\varepsilon_i(k) &= X(k) - \hat{X}_i(k) , \\ \varepsilon_i(k+1) &= (A_i - K_i(k)C_i)\varepsilon_i(k) - K_i(k)\nu_j(k) + \omega_j(k) + F_j f(k) ,\end{aligned}\tag{2.49}$$

et

$$\begin{aligned}r_i(k) &= Y(k) - \hat{Y}_i(k) , \\ r_i(k) &= C_i\varepsilon_i(k) + \nu_j(k) .\end{aligned}\tag{2.50}$$

L'exploitation d'un banc de filtres de Kalman aboutit à l'obtention de vecteurs d'erreur d'estimation et de résidus corrompus par la présence de défauts.

Cas 3. Quand le modèle  $j$  est différent de l'estimateur  $i$  ( $j \neq i$ ) en l'absence de défauts ( $f = 0$ ), alors le vecteur d'erreur d'estimation ( $\varepsilon_i$ ) et le vecteur de résidus de sortie ( $r_i$ ) se représentent sous la forme :

$$\begin{aligned}\varepsilon_i(k) &= X(k) - \hat{X}_i(k) , \\ \varepsilon_i(k+1) &= (A_i - K_i(k)C_i)\varepsilon_i(k) - K_i(k)\nu_j(k) + \omega_j(k) \\ &\quad + (\Delta\Delta_{X_j}^i - K_i(k)\Delta\Delta_{Y_j}^i)\xi_j^i(k) ,\end{aligned}\tag{2.51}$$

et

$$\begin{aligned} r_i(k) &= Y(k) - \hat{Y}_i(k) , \\ r_i(k) &= C_i \varepsilon_i(k) + \nu_j(k) + \Delta \Delta_{Y_j}^i \xi_j^i(k) , \end{aligned} \quad (2.52)$$

où  $\xi_j^i \in \mathfrak{R}^{(n+p+1) \times 1}$  correspond à l'amplitude de l'écart entre le système non linéaire représenté par le  $j^{\text{ème}}$  modèle linéaire et le  $i^{\text{ème}}$  modèle linéaire utilisé dans la synthèse du filtre de Kalman.  $\Delta \Delta_{X_j}^i \in \mathfrak{R}^{n \times (n+p+1)}$  et  $\Delta \Delta_{Y_j}^i \in \mathfrak{R}^{m \times (n+p+1)}$ , sont les matrices de distribution des erreurs de modèle associées respectivement à l'équation d'état, et à l'équation de sortie. Le vecteur des erreurs d'estimation et celui des résidus sont corrompus par la présence de l'écart entre la  $j^{\text{ème}}$  représentation du système et le filtre.

Cas 4. Quand le modèle  $j$  est différent de l'estimateur  $i$  ( $j \neq i$ ) et que le système est en présence de défauts ( $f \neq 0$ ), alors le vecteur d'erreur d'estimation ( $\varepsilon_i$ ) et le vecteur de résidus de sortie ( $r_i$ ) deviennent équivalents à :

$$\begin{aligned} \varepsilon_i(k) &= X(k) - \hat{X}_i(k) , \\ \varepsilon_i(k+1) &= (A_i - K_i(k)C_i)\varepsilon_i(k) - K_i(k)\nu_j(k) + \omega_j(k) \\ &\quad + F_j f(k) + (\Delta \Delta_{X_j}^i - K_i(k)\Delta \Delta_{Y_j}^i)\xi_j^i(k) , \end{aligned} \quad (2.53)$$

et

$$\begin{aligned} r_i(k) &= Y(k) - \hat{Y}_i(k) , \\ r_i(k) &= C_i \varepsilon_i(k) + \nu_j(k) + \Delta \Delta_{Y_j}^i \xi_j^i(k) . \end{aligned} \quad (2.54)$$

Également dans ce dernier cas, le vecteur des erreurs d'estimation et celui des résidus sont corrompus par la présence des incertitudes mais également par la présence des défauts.

Au regard de ces différentes situations, nous concluons que le diagnostic de défauts à partir d'un banc de filtres de Kalman n'est pas réalisable. De plus, l'exploitation des probabilités calculées à partir de l'innovation issue de chacun des filtres ne peut pas non plus être considérée pour déterminer le modèle le plus représentatif du système.

En résumé, les équations (2.48, 2.50, 2.52 et 2.54) sont équivalentes à :

$$\begin{aligned} \bar{r}_i(k) &\sim \mathcal{N}(0, \Theta_i) = (\bar{r}_i(k), \Theta_i(k)) && \text{si } f = 0, i = j , \\ r_i(k) &\sim \mathcal{N}(\neq 0, \Theta_i) = (F_j f, \Theta_i(k)) && \text{si } f \neq 0, i = j , \\ r_i(k) &\sim \mathcal{N}(\neq 0, \Theta_i) = (\Delta \Delta_{Y_j}^i \xi_j^i(k), \Theta_i(k)) && \text{si } f = 0, i \neq j , \\ r_i(k) &\sim \mathcal{N}(\neq 0, \Theta_i) = (F_j f + \Delta \Delta_{Y_j}^i \xi_j^i(k), \Theta_i(k)) && \text{si } f \neq 0, i \neq j . \end{aligned} \quad (2.55)$$

Le constat ci-dessus permet d'observer plus clairement le comportement du résidu dans les différentes conditions. Quand le point de fonctionnement ( $PF_j$ ), est décrit exactement pour le filtre ( $F_i$ ), en l'absence de défaut ( $f = 0$ ), le résidu  $r_i$  est de moyenne nulle. En dehors de cette condition, le résidu suit une loi gaussienne différente de zéro, soit par les effets de

défauts  $(F_j, f)$ , et/ou soit par les effets des incertitudes de modèle  $(\Delta\Delta_{Y_j}^i, \xi_j^i)$ . Ainsi, nous concluons que le TRVG ne peut pas être bien exploité car le résidu est corrompu par ces deux informations.

### 2.2.2.5 Les bases d'une solution

Nous avons examiné la détection et l'isolation de défauts sur toute la plage de fonctionnement décrite par une structure des modèles multiples ainsi que la sélection du modèle actif. Ces deux études ont mis en évidence les points faibles des méthodes traditionnelles utilisées par la sélection du modèle (Bayes) ou par la détection et isolation de défauts (TRVG). Ces méthodes utilisées généralement par des modèles linéaires n'ont pas permis d'atteindre les objectifs souhaités parce que l'innovation ou le résidu de sortie est influencé simultanément par deux différentes informations : changement de point de fonctionnement et présence de défauts. Au lieu de poursuivre nos travaux de recherche vers la synthèse d'une méthode d'évaluation adaptée à la détection de défauts ainsi qu'à l'estimation des fonctions d'activation associées aux modèles multiples, nos actions de recherche ont porté sur les méthodes de génération de résidus permettant d'atteindre ces objectifs.

Ainsi, pour résoudre le problème inhérent à l'étude considérée, (GERTLER 1998) suggère une méthode de FDI basée sur la définition d'un vecteur global de parité, qui est employé seulement pour la détection de défauts. Cette méthode ne réalise pas l'isolation de défauts et suppose le modèle valide. Cette technique ne satisfait donc pas nos objectifs.

(CHEN et PATTON 1999) traitent le découplage des points de fonctionnement par rapport aux incertitudes de modèles ; ils proposent un découplage global, sans s'attacher à la sélection du point de fonctionnement. Par ailleurs, les travaux de Patton et López-Toribio (LOPEZ-TORIBIO *et al.* 1999b), (LOPEZ-TORIBIO et PATTON 1999), (LOPEZ-TORIBIO *et al.* 1999c) et (LOPEZ-TORIBIO *et al.* 1999a) utilisent la logique floue pour résoudre le problème du diagnostic de défauts au sein de systèmes non linéaires décrits par des modèles multiples, où ils mettent en évidence une sélection de modèles qui ne tient pas compte des effets des défauts. Plus récemment Bhagwat *et al.* ((BHAGWAT *et al.* 2003b), (BHAGWAT *et al.* 2003a), proposent la détection de défauts et l'identification du modèle actif, mais de manière séparée. Ainsi, contrairement à Gertler ou Chen, et à la différence de Lopez-Toribio et Bhagwat, nous nous sommes intéressés à la connaissance du modèle linéaire, le plus représentatif du système à chaque instant en présence et en absence de défauts, et, dans le même temps, à détecter, isoler et estimer ces défauts. Lors de la phase de conception d'un tel générateur, nous devons, de part l'existence des deux informations qui altèrent l'innovation (les défauts et les erreurs de modèles), générer des résidus en accord avec cette connaissance *a priori*. Ce nouveau générateur de résidus doit permettre le découplage des effets de défauts et des erreurs de modèles. Il donne un premier signal insensible aux défauts mais sensible aux erreurs entre modèles, et un second signal sensible aux effets des défauts.

Notre étude réalisée dans un contexte stochastique et les précédentes analyses nous conduisent

à étudier les filtres de détection. Nous présentons dans le paragraphe suivant une solution originale dans le sens où elle permet de générer des résidus découplés des défauts à exploiter dans le contexte des modèles linéaires multiples interpolés et qui nous permet d'exploiter ces résidus pour générer une fonction d'activation robuste également aux défauts.

## 2.3 Synthèse d'une méthode de diagnostic de défauts incluant la sélection du modèle

### 2.3.1 Génération de résidus découplés des défauts

**Innovation issue des filtres de Kalman : Rappel.** Dans le cadre de nos hypothèses de travail, supposant qu'un système peut être représenté par des modèles linéaires interpolés, nous considérons un banc de filtres de Kalman. Ainsi comme nous l'avons déjà précisé précédemment, en présence de défauts, l'erreur d'estimation ainsi que le résidu établi à partir du  $i^{\text{ème}}$  filtre lorsque la dynamique du système étudié se représente autour du  $j^{\text{ème}}$  point de fonctionnement avec ( $j \neq i$ ) sont, conformément à l'équation (2.53) et (2.54), équivalentes à :

$$\begin{aligned} \varepsilon_i(k) &= X(k) - \hat{X}_i(k) , \\ \varepsilon_i(k+1) &= (A_i - K_i(k)C_i)\varepsilon_i(k) - K_i(k)\nu_j(k) + \omega_j(k) \\ &\quad + F_j f(k) + (\Delta\Delta_{X_j}^i - K_i(k)\Delta\Delta_{Y_j}^i)\xi_j^i(k) , \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} r_i(k) &= Y(k) - \hat{Y}_i(k) , \\ r_i(k) &= C_i\varepsilon_i(k) + \nu_j(k) + \Delta\Delta_{Y_j}^i\xi_j^i(k) . \end{aligned}$$

Sous l'hypothèse qu'un défaut se produit au temps  $k_d$  ( $k > k_d$ ), et que la commutation du  $i^{\text{ème}}$  point de fonctionnement apparaît au temps  $k_e$  ( $k > k_e$ ), quand un changement brutal de point de fonctionnement se produit, le vecteur de résidu du  $i^{\text{ème}}$  filtre s'exprime comme (ADAM-MEDINA *et al.* 2002) :

$$\begin{aligned} r_i(k) &= \bar{r}_i(k) + \rho_{k,k_d}[f(k_d) f(k_d+1) \cdots f(k-1)] \\ &\quad + \Delta\Delta_{X_j}^i\xi_j^i(k) + \beta_{k,k_e}[\xi_j^i(k_e) \xi_j^i(k_e+1) \cdots \xi_j^i(k-1)] , \end{aligned} \tag{2.56}$$

où  $\bar{r}_i(k)$  représente l'innovation du  $i^{\text{ème}}$  filtre en l'absence de défauts et du changement de point de fonctionnement. Les autres termes sont décrits par :

$$\rho_{k,k_d} = C_i \begin{bmatrix} \Gamma_i^{k_d+1}(k) F_j \\ \Gamma_i^{k_d+2}(k) F_j \\ \dots \\ F_j \end{bmatrix}, \quad (2.57)$$

et

$$\beta_{k,k_e} = C_i \begin{bmatrix} \Gamma_i^{k_e+1}(k) (\Delta\Delta_{X_j}^i - K_i(k_e) \Delta\Delta_{Y_j}^i) \\ \Gamma_i^{k_e+2}(k) (\Delta\Delta_{X_j}^i - K_i(k_e + 1) \Delta\Delta_{Y_j}^i) \\ \dots \\ (\Delta\Delta_{X_j}^i - K_i(k-1) \Delta\Delta_{Y_j}^i) \end{bmatrix}, \quad (2.58)$$

avec les valeurs suivantes :

$$\Gamma_i^{k_d,k_e}(k) = \prod_{\tau=k,k_e}^{k-1} L_i(\tau), \quad (2.59)$$

$$L_i(k) = (A_i - K_i(k)C_i), \quad (2.60)$$

où  $K_i(k)$  est le gain du filtre dans l'équation (2.60). Finalement, l'équation (2.56) nous permet de confirmer que le vecteur des résidus de sortie est affecté par les défauts ( $f \neq 0$  et les erreurs de modèles ( $j \neq i$ )).

Les équations précédentes montrent que les innovations sont sensibles aux erreurs de modèle (variables dans le temps en fonction du point de fonctionnement) et simultanément par les défauts. Pour résoudre ce problème, plutôt que de considérer les défauts comme des entrées inconnues, nous nous inspirons des solutions de découplage de défauts développées par (CHEN et PATTON 1999) et (FRANK et DING 1997), étendu sur le domaine stochastique, nous avons étudié les filtres robustes aux incertitudes de modélisation et aux perturbations où, après avoir effectué une affectation des valeurs propres, le degré de liberté restant sur le gain du filtre est exploité afin de minimiser l'effet du bruit sur les résidus. Cette étude est fondée sur les travaux développés par (DAROUACH et ZASADZINSKI 1997), par (LIU et SI 1997), et par (KELLER 1999). Signalons également que (DAROUACH *et al.* 2003) proposent une généralisation des entrées inconnues sur l'équation de sortie.

Les filtres de détection de défauts constituent une classe particulière d'observateurs de Luenberger d'ordre plein possédant une matrice de gain de contre réaction conçue de telle sorte que l'erreur d'estimation de sortie (le vecteur résidu) prenne une direction unique et particulière associée à chacun des défauts à détecter (EIDE et MAYBECK 1996). Dans un contexte stochastique, le filtre de détection à constituer est vu comme une structure de filtre de Kalman particulier, avec une contrainte sur la direction que doivent suivre les résidus. Dans l'objectif de générer un résidu insensible aux effets de défauts, mais sensible aux erreurs de modèles, et sous l'hypothèse que la matrice de direction des défauts est indépendante des

matrices d'incertitudes structurées image des erreurs de modélisation, le gain de chaque filtre doit absolument être synthétisé de telle sorte que :

$$(A_i - K_i(k)C_i)F_j = 0 . \quad (2.61)$$

Sous ces conditions, nous synthétisons un générateur de résidus insensible aux défauts, mais uniquement sensible aux erreurs de modélisation (changement de points de fonctionnement), c'est-à-dire que nous recherchons une égalité commune aux  $i^{\text{ème}}$  filtres d'estimation.

Par ailleurs, nous supposons une distribution matricielle des erreurs de modélisation différente de celles des défauts et en considérant que le nombre de défauts est inférieur au nombre de sorties mesurées (*i.e.*,  $\forall i, \text{rang}(C_i F_j) = q < m$ ). Ainsi, pour générer un résidu insensible aux défauts, le gain du filtre  $K_i$  est décomposé en deux parties :

$$K_i(k) = \omega_i \Xi_i + \bar{K}_i(k) \Sigma_i , \quad (2.62)$$

où  $\Xi_i = (C_i F_j)^+$  ,  $\omega_i = A_i F_j$  ,  $\Sigma_i = \alpha_i (I_m - C_i F_j \Xi_i)$  ,  $\bar{K}_i(k) \in \mathfrak{R}^{n \times (m-q)}$  est la matrice du gain réduite et  $\alpha_i \in \mathfrak{R}^{(m-q) \times m}$  est un scalaire constant choisi de manière que la matrice  $\Sigma_i$  soit de rang pleine ligne.

La condition (2.61) est remplie, le résidu, défini en (2.56) peut être réécrit comme :

$$r_i(k) = \bar{r}_i(k) + C_i F_j [f(k-1)] + \Delta \Delta_{X_j}^i \xi_j^i(k) + \beta(k, k_e) [\xi_j^i(k_e) \xi_j^i(k_e + 1) \cdots \xi_j^i(k-1)] . \quad (2.63)$$

Dans le contexte de cette étude, le filtre de Kalman devrait réduire au minimum la trace de la matrice de variance-covariance de l'erreur d'estimation. Cette minimisation est effectuée selon les conditions d'existence et de stabilité présentées et étudiées dans (KELLER 1999). Chaque filtre de détection, défini dans l'équation (2.7), est décrit par :

$$\begin{cases} \hat{X}_i(k+1) = A_i \hat{X}_i(k) + B_i U(k) + \Delta_{X_i} + (\omega_i \Xi_i + \bar{K}_i \Sigma_i)(Y(k) - \hat{Y}_i(k)) , \\ \hat{Y}_i(k) = C_i \hat{X}_i(k) + D_i U(k) + \Delta_{Y_i} , \end{cases} \quad (2.64)$$

où,

$$\bar{K}_i(k) = \bar{A}_i \bar{P}_i(k) \bar{C}_i^T \times (\bar{C}_i \bar{P}_i(k) \bar{C}_i^T + \bar{V}_i)^{-1} , \quad (2.65)$$

$$\bar{P}_i(k+1) = (\bar{A}_i - \bar{K}_i(k) \bar{C}_i) \bar{P}_i(k) (\bar{A}_i - \bar{K}_i(k) \bar{C}_i)^T + \bar{K}_i(k) \bar{V}_i \bar{K}_i^T(k) + \bar{Q}_i , \quad (2.66)$$

avec,

$$\begin{aligned}
\bar{A}_i &= (A_i - \omega_i \Xi_i C_i) , \\
\bar{C}_i &= \Sigma_i C_i , \\
\bar{V}_i &= \Sigma_i R_i \Sigma_i^T , \\
\bar{Q}_i &= Q_i + \omega_i \Xi_i R_i \Xi_i^T \omega_i^T .
\end{aligned} \tag{2.67}$$

A l'aide des propriétés des matrices mentionnées en (2.67), sous l'hypothèse que la condition (2.62) soit réalisable et que les propriétés matricielles résultantes  $\Sigma_i(C_i F_j) = 0$ , et  $\Xi_i(C_i F_j) = I$  soient effectives, deux vecteurs de résidus sont engendrés pour chaque filtre sous la forme :

$$\begin{bmatrix} \Sigma_i(Y(k) - \hat{Y}_i(k)) \\ \Xi_i(Y(k) - \hat{Y}_i(k)) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Sigma_i r_i(k) \\ \Xi_i r_i(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_i(k) \\ \Omega_i(k) \end{bmatrix} , \tag{2.68}$$

où,  $\gamma_i(k) \in \mathfrak{R}^{m-q}$  et  $\Omega_i(k) \in \mathfrak{R}^q$ . En raison des propriétés de matrices  $\Sigma_i C_i F_j = 0$  et  $\Xi_i C_i F_j = I$ , chaque résidu du filtre défini par l'équation (2.56) peut être développé selon l'équation (2.68), où le résidu du filtre a été décomposé en deux vecteurs de résidus : un premier vecteur insensible aux défauts et un deuxième vecteur de résidus sensible aux défauts. Ces vecteurs de résidus sont définis comme :

$$\begin{aligned}
\Omega_i(k) &= f(k-1) + \Xi_i(\bar{r}_i + \Delta \Delta_{X_j}^i \xi_j^i(k)) \\
&+ \Xi_i \beta(k, k_e) [\xi_j^i(k_e) \xi_j^i(k_e+1) \cdots \xi_j^i(k-1)] ,
\end{aligned} \tag{2.69}$$

et

$$\begin{aligned}
\gamma_i(k) &= \Sigma_i(\bar{r}_i + \Delta \Delta_{X_j}^i \xi_j^i(k)) \\
&+ \Sigma_i \beta(k, k_e) [\xi_j^i(k_e) \xi_j^i(k_e+1) \cdots \xi_j^i(k-1)] .
\end{aligned} \tag{2.70}$$

Les équations (2.69) et (2.70) établissent les résidus de sorties d'un filtre de Kalman découplant. Ces résidus résolvent notre problématique et permettent de discerner des défauts au sein d'un système non linéaire décrit par des modèles linéaires multiples.

Le Tableau 2.2, illustre le comportement du système non linéaire en l'absence de défaut ( $f = 0$ ) et en présence de défaut ( $f \neq 0$ ) quand le système est décrit par un ensemble fini des modèles linéaires.

Ce tableau présente les vecteurs de résidus  $\Omega_i(k)$  et  $\gamma_i(k)$  pour chaque  $i^{\text{ème}}$  filtre conçu. Ces résidus qui suivent une loi gaussienne, de moyenne nulle ou non-nulle, peuvent être évalués par divers tests statistiques (BASSEVILLE et NIKIFOROV 1993), notés par 0 ou  $\neq 0$  selon leur moyenne.

S N L	$f$	$f = 0$				$f \neq 0$		
	$m_j$	1	2	$j$	$M$	1	...	$M$
F I L T R E S	1	$\Omega_1$	$\mathbf{0}$	$\neq 0$	...	$\neq 0$	$\neq 0$	$\neq 0$
		$\gamma_1$	$\mathbf{0}$	$\neq 0$	...	$\neq 0$	$\mathbf{0}$	$\neq 0$
	2	$\Omega_2$	$\neq 0$	$\mathbf{0}$	...	$\neq 0$	$\neq 0$	$\neq 0$
		$\gamma_2$	$\neq 0$	$\mathbf{0}$	...	$\neq 0$	$\neq 0$	$\neq 0$
	$i$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
	$M$	$\Omega_M$	$\neq 0$	$\neq 0$	...	$\mathbf{0}$	$\neq 0$	$\neq 0$
		$\gamma_M$	$\neq 0$	$\neq 0$	...	$\mathbf{0}$	$\neq 0$	$\mathbf{0}$

TAB. 2.2: Comportement des résidus insensibles ( $\gamma_i$ ) et des résidus sensibles ( $\Omega_i$ ) aux signatures des défauts.

En l'absence de défauts ou en présence de défauts ( $f = 0$  ou  $f \neq 0$ ), l'exploitation des résidus  $\gamma_i(k)$  découplés des défauts permet de sélectionner le modèle actif puisqu'ils sont toujours nuls pour  $j = i$ . Cette information permettra de sélectionner pour les filtres découplants, le vecteur de résidus  $\Omega_i(k)$ , image du défaut, en présence de défauts pour obtenir une estimation de ce dernier. Il est à noter qu'en l'absence de défauts ( $f = 0$ ), le vecteur de résidus  $\Omega_i(k)$  est toujours égal à zéro pour  $j = i$  conformément aux objectifs fixés.

### 2.3.2 Estimation robuste des fonctions de validation associées aux modèles multiples et estimation de défauts

La sélection du modèle actif est basée sur la détermination du point de fonctionnement valable à un instant donné. Cette sélection doit être robuste aux effets de défauts.

Pour déterminer le choix du modèle actif, nous supposons que le système non linéaire fonctionne autour du  $j^{\text{ème}}$  point de fonctionnement, le nouveau résidu  $\gamma_i(k)$  insensible aux effets de défaut possède les propriétés suivantes conformément au TABLEAU 2.2 :

$$\forall f \begin{cases} \gamma_i(k) \sim \mathcal{N}(0, \Theta_i) & \text{si } i = j, \\ \gamma_i(k) \sim \mathcal{N}(\neq 0, \Theta_i) & \text{si } i \neq j. \end{cases} \quad (2.71)$$

Considérant que le résidu  $\gamma_i(k)$  autour du  $j^{\text{ème}}$  point de fonctionnement suit une distribution gaussienne, le vecteur de résidus peut alors être employé pour calculer la densité de probabilité comme :

$$\wp_i(k) = \frac{\exp\{-0.5\gamma_i(k)\Theta_i^{-1}(k)\gamma_i^T(k)\}}{[(2\pi)^{(m-g)}\det(\Theta_i(k))]^{1/2}}, \quad (2.72)$$

où  $\Theta_i(k) \in \mathfrak{R}^{(m-g) \times (m-g)}$  définit la matrice de covariance du résidu  $\gamma_i(k)$ , égale à  $(\bar{C}_i \bar{P}_i(k) \bar{C}_i^T +$



$\bar{V}_i$ ) précisé à l'équation (2.67). Le mode de probabilité découplé des défauts est exprimé comme :

$$\varphi_i(k+1) = \frac{(\wp_i(k) \times \varphi_i(k))}{\sum_{h=1}^M \wp_h(k) \times \varphi_h(k)} . \quad (2.73)$$

L'algorithme de probabilité permet d'obtenir le  $i^{\text{ème}}$  modèle linéaire en décrivant le comportement du système en présence ou en l'absence de défauts. Les modes de probabilités nous permettent de déterminer le point de fonctionnement autour duquel le système non linéaire évolue (ADAM-MEDINA *et al.* 2003a).

Les modes de probabilités,  $\varphi_i(k)$ , découplés des défauts, sont employés pour isoler le point de fonctionnement et pour définir par conséquent une fonction d'activation par chaque modèle robuste aux effets de défauts. Le sélecteur robuste du modèle est utilisé pour décrire le comportement global du système comme une interpolation des modèles linéaires multiples. Grâce à la détermination du sélecteur du modèle, une méthodologie est proposée pour effectuer le diagnostic de défauts.

**Détection et isolation de défauts.** Pour détecter et isoler les défauts, nous avons besoin d'une décision logique définie par deux éléments : la fonction d'activation modèle ( $\varphi_i(k)$ ), et le résidu  $\Omega_i(k) \in \mathbb{R}^q$ . Pour effectuer ces tâches, nous devons suivre une logique élémentaire, déclenchée grâce au mode de probabilité  $\varphi_i(k)$ , utilisé dans une décision logique qui nous amène à l'utilisation du résidu  $\Omega_i(k)$  du modèle correspondant de manière que cette logique de décision nous permette d'effectuer la déclaration, l'isolation et l'estimation des défauts correspondants.

Dans le contexte de l'évaluation de défauts, il convient de noter que ce banc de filtres de Kalman découplés rend possible l'estimation de l'amplitude du défaut correspondant au filtre choisi par le sélecteur du modèle.

Le fait de considérer uniquement dans notre étude des défauts additifs (capteur ou actionneur) et de part les hypothèses de représentation considérées sous forme d'interpolation de modèles linéaires multiples, une estimation de défauts issue de la combinaison convexe de modèles linéaires représentés pour le mode de probabilité  $\varphi_i(k)$  défini par l'intermédiaire d'un banc de résidus  $\gamma_i(k)$  peut être envisagée.

Ainsi le vecteur d'estimation d'amplitude de défauts  $\Omega_G^\zeta(k)$  associé aux défauts  $\zeta = [1, 2, \dots, q]$  est défini à l'aide du sélecteur de modèles lié au banc de résidus sensibles aux défauts :

$$\forall \zeta \in (1, 2, \dots, q) , \quad \Omega_G^\zeta(k) = \sum_{i=1}^M \varphi_i(k) \Omega_i(k) . \quad (2.74)$$

L'évaluation de ce vecteur de résidus permet de détecter et d'isoler mais également d'estimer l'amplitude ainsi que l'occurrence du défaut (ADAM-MEDINA *et al.* 2003a).

La FIG. 2.3 illustre sous forme de schéma bloc la méthode synthétisée et analysée dans ce chapitre. Celle-ci est testée dans la suite de ce chapitre à partir de la simulation d'un système.

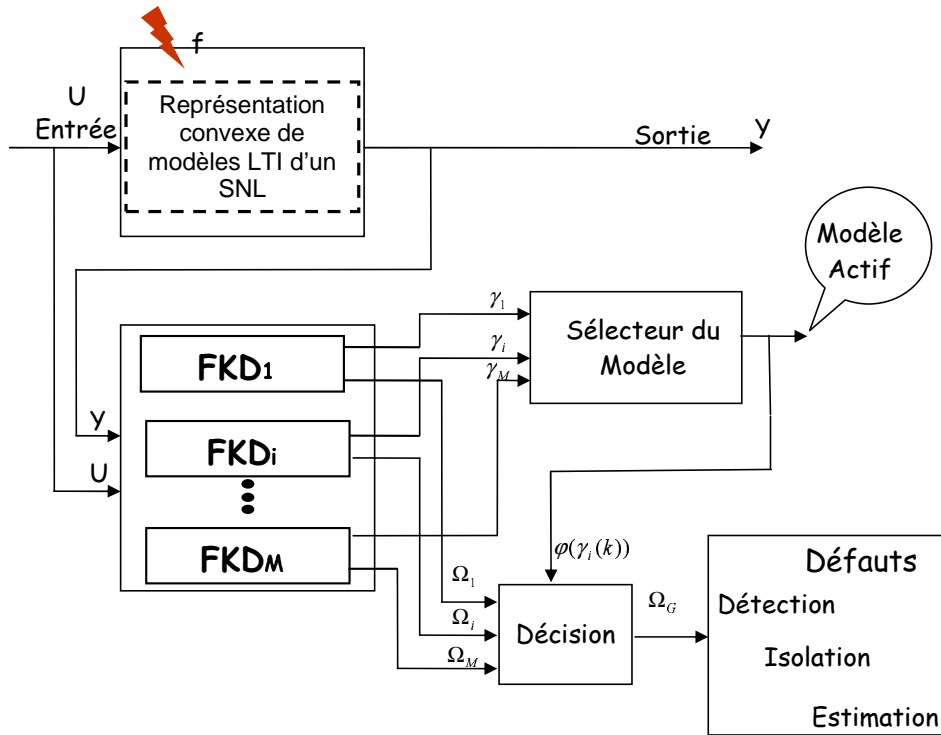


FIG. 2.3: Schéma général de la stratégie développée avec un banc de filtres de Kalman découplés (FKD)

## 2.4 Exemple académique

Nous considérons un exemple en simulation qui permet d'analyser et de comparer la méthode proposée avec une méthode multi-modèles classique. Grâce à un banc de filtres de Kalman traditionnels, nous obtenons les probabilités bayésiennes pour l'estimation de la fonction d'activation, puis un banc du TRVG est exploité pour détecter et isoler les défauts. Les résultats obtenus par cette méthode sont ensuite comparés aux résultats des tests effectués lorsqu'un banc de résidus est établi à partir d'un banc de filtres de Kalman découplés de défauts.

### 2.4.1 La représentation de l'exemple de simulation

Nous considérons pour illustrer nos travaux un système non linéaire discret en boucle ouverte défini directement. Ce système, simple-entrée/multi-sorties se définit par un ensemble de trois modèles discrets linéaires stochastiques de même dimensions avec  $X \in \mathfrak{R}^4$ ,  $U \in \mathfrak{R}^1$ , et  $Y \in \mathfrak{R}^3$ . Le  $j^{\text{ème}}$  système linéaire représente le comportement du système autour du  $j^{\text{ème}}$  point de fonctionnement dépendant directement des variables d'entrée et de sorties définies dans le TABLEAU 2.3. Concernant, le comportement dynamique du système servant d'illustration, nous avons considéré dans le cadre de cette étude un système non linéaire particulier, plus exactement linéaire par morceaux, où la fonction de commutation pour décrire la dynamique du processus est directement dépendante des valeurs numériques prises par la commande sous forme d'intervalles comme précisé dans le TABLEAU 2.3.

Point de fonctionnement ( $P_j$ )	$j = 1$ $U \in [0 ; 3 [$	$j = 2$ $U \in [3 ; 6 [$	$j = 3$ $U \in [6 ; 9 [$
$Y_{P_j}$	3.2 - 5.0 - 4.88	5.82 - 8.54 - 2.58	9.88 - 15.62 - 8.34
$U_{P_j}$	2	4	7
Valeurs propres de $A_j$	$\begin{bmatrix} 0.15 \\ 0.37 \\ 0.60 \\ 0.22 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.01 \\ 0.02 \\ 0.04 \\ 0.01 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.20 \\ 0.50 \\ 0.80 \\ 0.30 \end{bmatrix}$

TAB. 2.3: Définition des points de fonctionnement.

Les autres matrices sont identiques indépendamment du point de fonctionnement, celles-ci sont définies de la manière suivante :

$$B_j = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C_j = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad D_j = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$R_j = I_{3 \times 3} \text{ et } Q_j = \text{diag}([0.9 \ 0 \ 0.5 \ 0.3])^T.$$

La figure 2.4 illustre l'évolution temporelle de la commande et des sorties en l'absence de défauts, il est à noter que le gain et la dynamique du processus sont différents en fonction des valeurs prises par la commande.

Afin d'illustrer nos travaux de recherche, nous considérons que cet exemple de simulation est développé dans le cas de défauts multiples de type capteur ( $f \in \mathfrak{R}^2$ ) où chacun des défauts

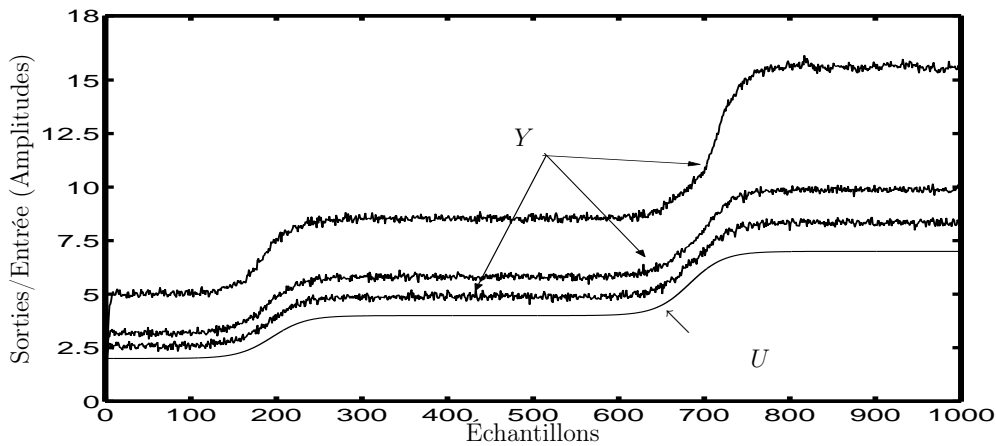


FIG. 2.4: Le comportement du système : l'entrée et les sorties.

a le comportement suivant :

- sur le premier capteur à l'instant  $k_d = 100$  et d'amplitude constante égale à 8 ;
- sur le second capteur apparaissant à  $k_d = 600$  avec une amplitude de 5.

Les deux défauts sont définis à l'aide de l'équation (2.2), où  $F_{Y_j} = [1 \ 0 \ 0, 0 \ 1 \ 0]^T$  est la matrice de distribution des défauts utilisée dans le cadre de cet exemple.

## 2.4.2 Résultats concernant la sélection du modèle

Dans un premier temps, nous présentons les résultats obtenus par l'intermédiaire de l'approche traditionnelle, c'est-à-dire établie à partir de la synthèse d'un banc de filtres de Kalman où l'innovation est évaluée par la probabilité bayésienne, puis dans une seconde partie avec le même outil d'évaluation mais à partir du vecteur d'innovation issu d'un banc de filtres découplants.

### 2.4.2.1 Estimation des modes de probabilités : approche classique

Suite à la définition du système, nous considérons un banc de trois filtres de Kalman. Le banc de résidus donne  $M = 3$  vecteur de résidus  $r_i(k) \in \mathbb{R}^m$  avec  $m = 3$  correspondant à chacun des modèles. A partir de ces résidus, nous calculons le mode de probabilité associé à chaque modèle (cf. équations 2.8 et 2.9). En l'absence de défauts, nous pouvons constater sur la FIG. 2.5 que le passage d'un modèle à l'autre dépendant des intervalles d'évolution de l'entrée  $U$  est similaire à celui représentant le mode de probabilité  $\varphi_i(k)$ .

La performance issue de la méthode multi-modèles à l'aide de filtres de Kalman classiques reste cependant limitée lors de l'apparition de défauts sur le système non linéaire. La FIG.

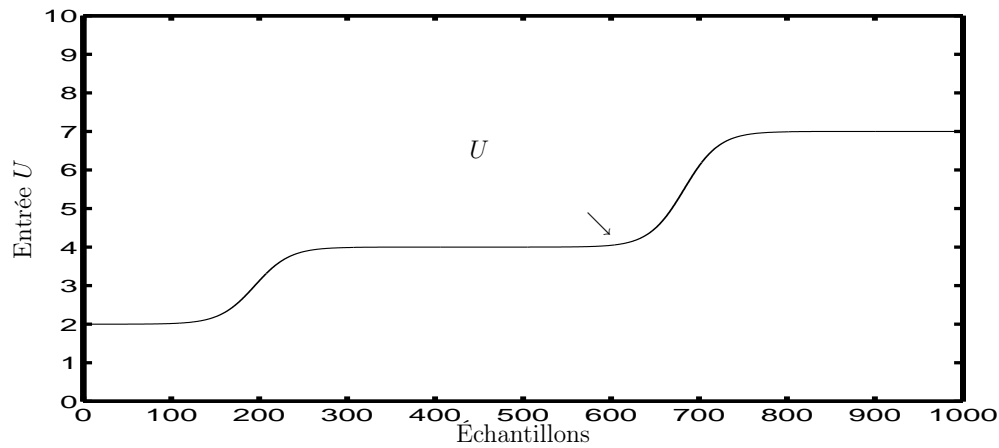
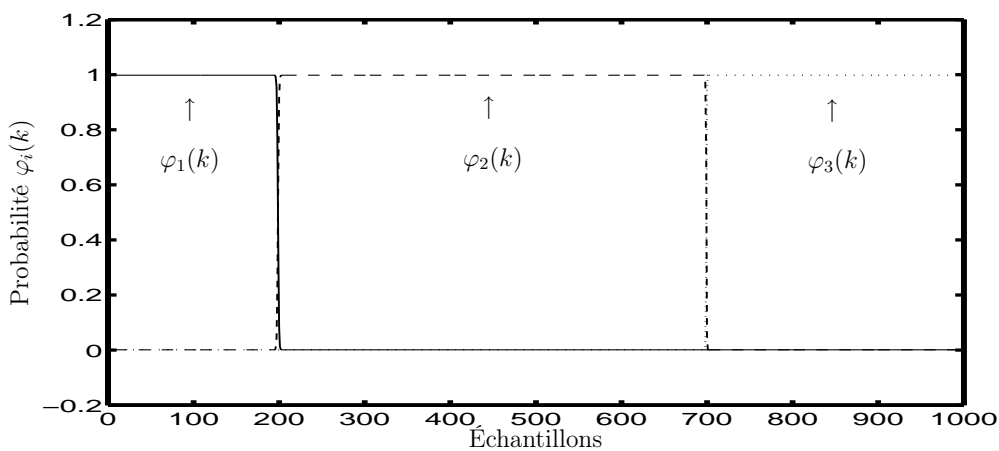
(a) Entrée  $U$ .(b) Probabilités  $\varphi_i(k)$ .

FIG. 2.5: Evolution temporelle de l'entrée du système et des modes de probabilités associés à chaque modèle.

2.6b, illustre le comportement du mode de probabilité  $\varphi_i(k)$  quand deux défauts se produisent comme nous le constatons dans la FIG. 2.6a.

Les résultats illustrés à la FIG. 2.6 permettent de constater le mauvais fonctionnement de la sélection du modèle actif à travers l'approche classique des modèles multiples. Ce dysfonctionnement intervient au moment de l'occurrence d'un défaut. Le mode de probabilité (cf. FIG. 2.6b) indique un changement du modèle, de manière erronée, car il n'existe qu'un défaut et il n'y a pas de changement de point de fonctionnement (cf. FIG. 2.6a). Il est à noter que la présence d'un second défaut n'altère nullement les probabilités.

Nous pouvons conclure que dans le cas de présence de défauts, le sélecteur du modèle ne choisit pas le modèle qui semble être approprié, parce que le vecteur de résidus n'est pas robuste aux défauts.

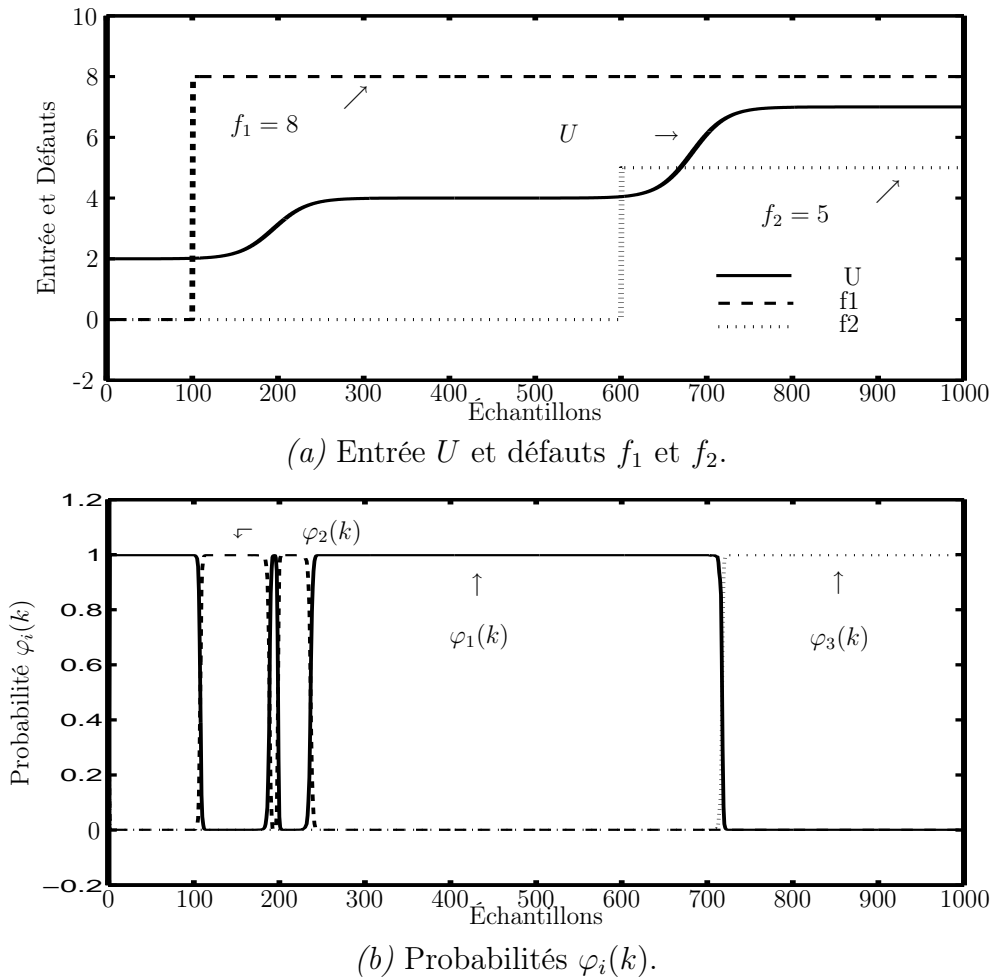


FIG. 2.6: Evolution du sélecteur du modèle en présence de défauts.

### 2.4.2.2 Estimation des modes de probabilités : solution développée

Dans le même cadre, un banc de trois filtres de Kalman découplés est considéré en suivant la synthèse développée dans les précédents paragraphes. Afin de concevoir le filtre découplé avec défauts de capteur, l'espace-état est augmenté et les défauts de capteur sont considérés comme des défauts d'actionneur (PARK *et al.* 1994). Ainsi, les défauts de capteur peuvent être détectés, isolés et estimés.

Dans cette nouvelle approche, chaque filtre découplé est conçu selon les critères retenus précédemment sous la condition que le rang ( $\forall i, \text{rang}(C_i F_j) < 3$ ) soit satisfait. Au lieu d'utiliser directement les résidus issus de ces filtres, conformément aux équations (2.69 et 2.70), seule l'innovation  $\gamma_i$  est exploitée pour l'évaluation des modes de probabilités (2.72 et 2.73).

La FIG.2.7 illustre les résidus obtenus ainsi que le mode de probabilité calculé pour chacun des trois modèles. On constate que la sélection du modèle actif est valable malgré la présence de deux défauts (cf. FIG. 2.7a).

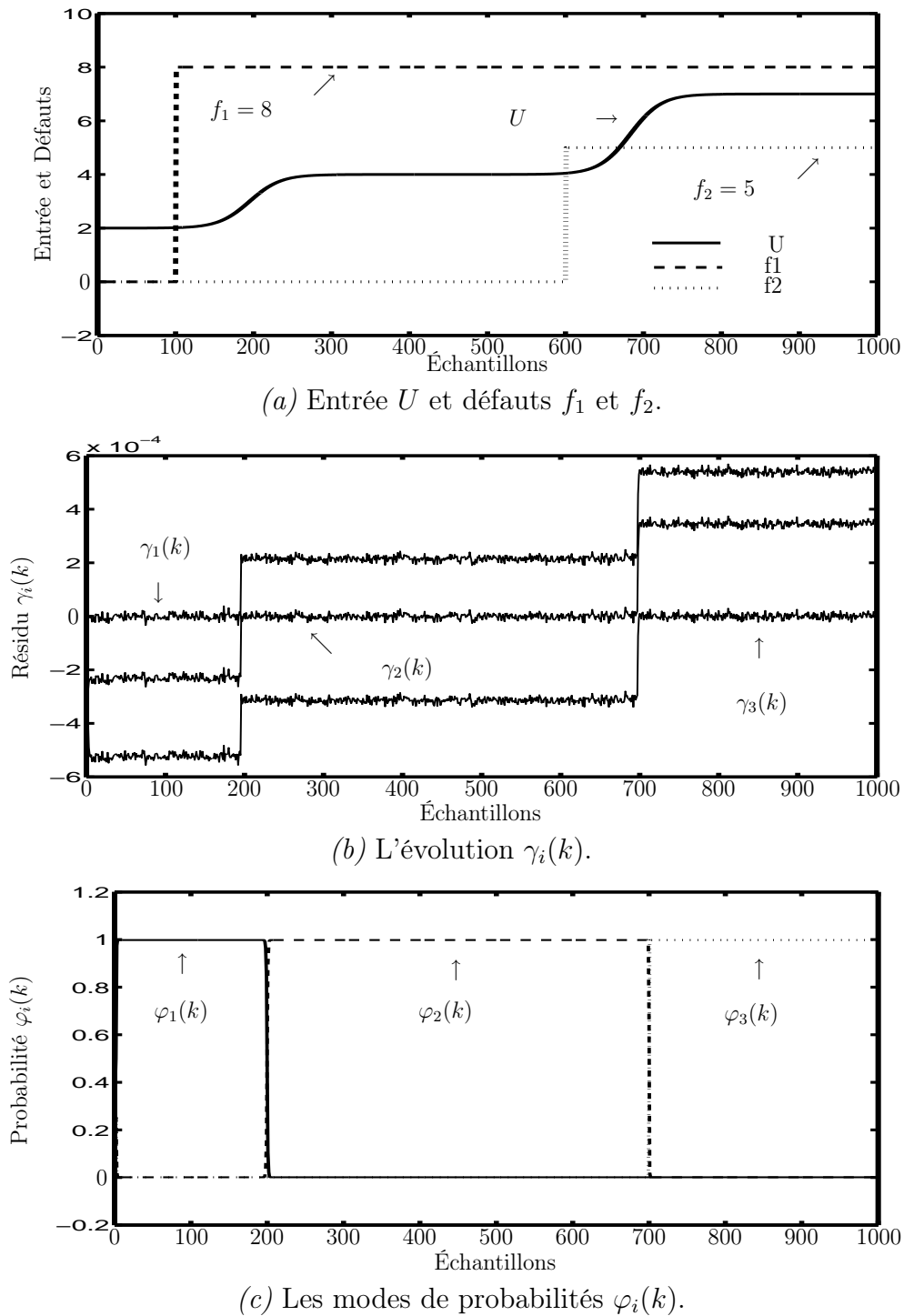


FIG. 2.7: Comportement dynamique du résidu insensible aux défauts et le sélecteur robuste du modèle actif.

Le banc de trois résidus estimés  $\gamma_i(k) \in \mathbb{R}^{m-q}$  ( $\forall i = [1, \dots, 3]$ , avec  $m = 3$  et  $q = 2$ ) est illustré par la FIG. 2.7b. Ces résidus permettent le choix du modèle actif  $\varphi_i(k)$  comme nous le constatons dans la FIG. 2.7c. Cette figure illustre que même en présence de défauts, le passage d'un modèle à l'autre est seulement influencé par le changement de point de fonc-

tionnement et non par l'occurrence de défauts.

Le premier objectif de la méthode proposée est rempli, cependant il nous reste à effectuer la détection, l'isolation et l'estimation de défauts développées dans le paragraphe suivant.

### 2.4.3 Détection, isolation et estimation de défauts

L'autre tâche importante au sein de ces opérations est le diagnostic de défauts. Les systèmes non linéaires décrits par des modèles linéaires interpolés doivent aboutir à la détection et l'isolation, ainsi que l'estimation de défauts. Dans un premier temps, la détection et l'isolation de défauts seront présentées à partir de la méthode d'évaluation classique du TRVG. Puis, nous réalisons la détection et l'isolation de défauts basées sur l'approche multi-modèles linéaires interpolés, laquelle est synthétisée à l'aide d'un banc de filtres de Kalman découplants.

#### 2.4.3.1 Approche classique : TRVG

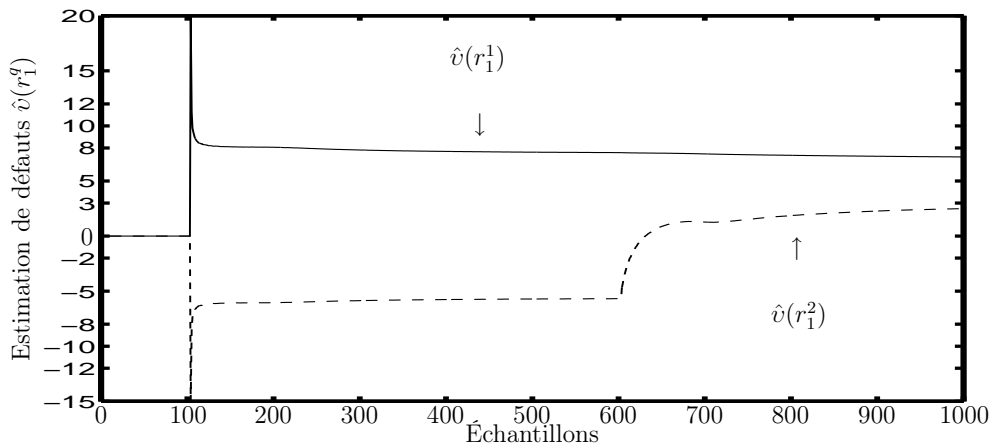
La détection est effectuée par l'intermédiaire d'un banc de TRVG avec l'aide d'un banc de filtres de Kalman classiques. Les résidus  $r_i$  sont évalués avec la méthode du TRVG. Ce dernier est effectué sur les trois innovations synthétisées à partir des trois modèles représentatifs du système. Dans ce paragraphe, nous présentons l'estimation de défauts avec leurs valeurs correspondantes aux instants d'apparition.

La valeur d'estimation de défauts a été définie comme  $\hat{v}(r_i^q)$  avec  $M = 3$  et  $q \in \mathbb{R}^2$  où  $M$  est le nombre de modèles et  $q$  est le nombre de défauts.

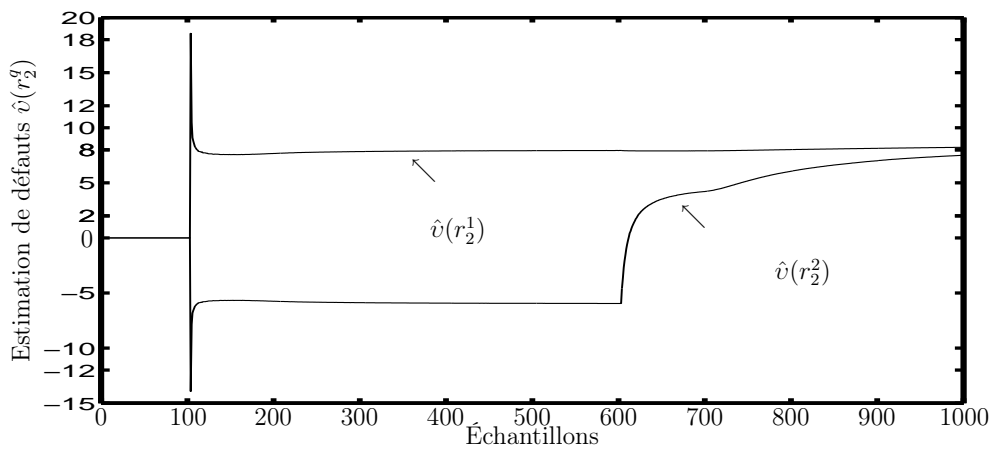
La FIG. 2.8 illustre l'estimation de défauts par rapport aux trois points de fonctionnement qui décrivent le système. Les instants d'apparition et les valeurs d'estimation sont représentés par rapport au modèle 1 dans la FIG. 2.8a, au modèle 2 dans la FIG. 2.8b, et au modèle 3 dans la FIG. 2.8c. Nous pouvons alors observer les instants d'apparition de défauts  $\hat{v}(r_i^q)$  dans le comportement de la méthode de détection du TRVG par les résultats présentés.

Ce test nous a permis de constater l'apparition de changement sur tous les modèles représentatifs (cf. FIG. 2.8) dont par exemple, la FIG. 2.8a, illustre les instants de changements  $\hat{\theta}_1^1 = 100$  et  $\hat{\theta}_1^2 = 600$  dans les deux composantes de l'estimation  $\hat{v}(r_i^q)(k)$ . Pour les deux composantes du vecteur  $\hat{v}(r_i^q)$ , la première occurrence est effectivement due à un défaut, cependant la détection s'effectue au même instant pour ces deux composantes, alors que dans le système un seul défaut est présent à l'instant  $\hat{\theta}_1^1$ . La difficulté consiste donc à déterminer la vraie composante en défaut. Sur la deuxième occurrence qui est due à la fois à un changement de point de fonctionnement et à un défaut, la difficulté consiste à distinguer la source du saut de moyenne sur la deuxième composante  $\hat{v}(r_i^2)$  (défaut ou changement de point de fonctionnement).

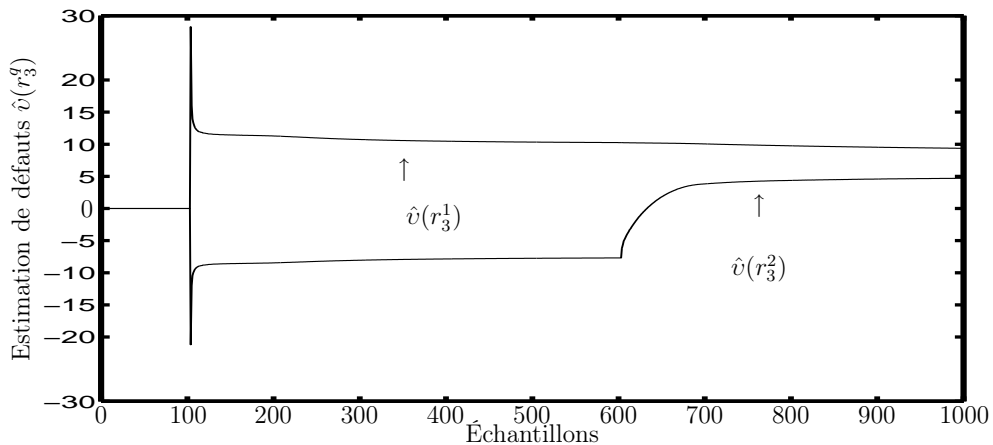




(a) L'évolution de l'estimation de défauts par rapport au modèle 1  $v(r_1^q)$ .



(b) L'évolution de l'estimation de défauts par rapport au modèle 2  $v(r_2^q)$ .



(c) L'évolution de l'estimation de défauts par rapport au modèle 3  $v(r_3^q)$ .

FIG. 2.8: TRVG associé au résidu de sortie.

Ce même comportement peut être observé sur les trois modèles représentés en FIG. 2.8a, b et c où les défauts ne sont pas estimés de manière correcte. En terme d'amplitude, les TRVG sont initialement nuls à cause des conditions d'initialisation de l'algorithme.

L'estimation générale de défauts est issue de la combinaison de l'estimation de défauts et du mode de probabilité utilisé. Cependant dans l'approche classique, les résultats obtenus pour le sélecteur du modèle et pour l'estimation de défauts ne sont pas bons et de ce fait l'estimation globale n'est pas souhaitable.

### 2.4.3.2 Solution développée : Filtre découplant

La méthode de détection et d'isolation de défauts proposée considère un banc de filtres de Kalman découplés avec les contraintes présentées dans le paragraphe (2.3.2). Avant l'exploitation de ces filtres, nous vérifions que la condition de rang ( $\forall i, \text{rang}(C_i F_j) < 3$ ) est satisfaite.

Grâce à la définition de l'exemple, deux défauts de capteurs doivent être détectés, isolés et estimés.

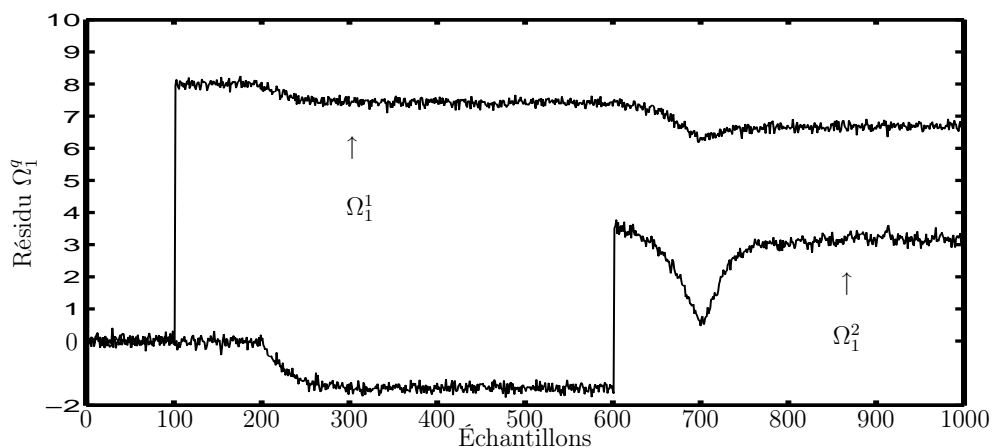
La méthode de détection proposée, utilise un banc de résidus  $\Omega_i(k) \in \mathbb{R}^q$  où  $\forall i = [1, \dots, M]$ ,  $M = 3$  représente le nombre de modèles et  $q \in \mathbb{R}^2$  représente le nombre de défauts. Ces trois résidus sont issus des trois filtres de Kalman découplants utilisés dans le banc. Chacun des résidus a deux composantes associées à un défaut particulier.

La FIG. 2.9 représente l'évolution des résidus sensibles aux défauts  $\Omega_i(k)$  où la FIG. 2.9a illustre les résidus  $\Omega_1^1(k)$  et  $\Omega_1^2(k)$  associés au premier modèle. Ceci permet de constater le comportement du résidu sensible aux défauts du modèle 1, la FIG. 2.9b illustre les mêmes résidus ( $\Omega_i^1(k)$  et  $\Omega_i^2(k)$ ), par rapport au modèle 2, et ces mêmes résidus, issus du modèle 3 sont représentés dans la FIG. 2.9c.

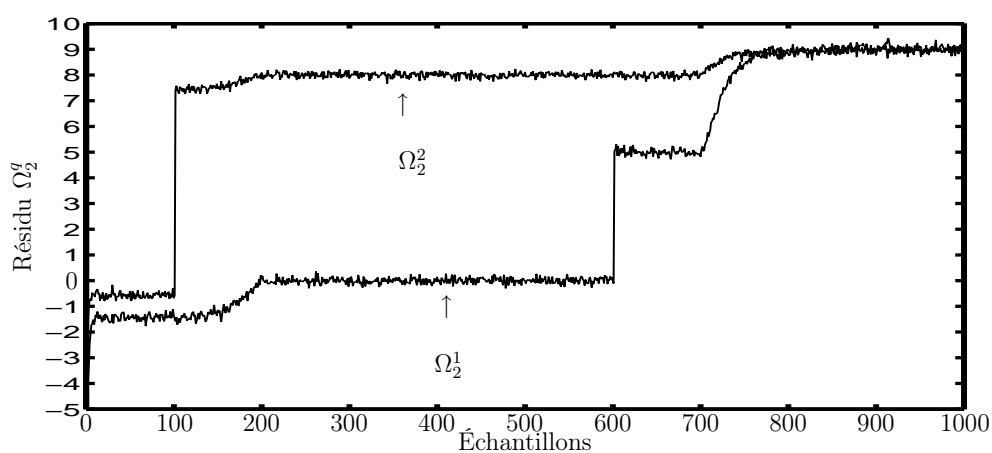
Contrairement aux résultats obtenus par l'approche multi-modèles à l'aide de filtres de Kalman classiques, on observe que le résidu sensible aux défauts  $\Omega_i(k)$  évolue lors des instants d'apparition de défauts et que la valeur d'estimation de défauts est précise quand le modèle représentatif est actif.

L'estimation de défauts est ainsi réalisée, l'estimation se présente comme une combinaison globale entre le résidu  $\Omega_i$  et le mode de probabilité  $\varphi_i(k)$ , dépendant du résidu  $\gamma_i(k)$ . Cette interpolation fournit le vecteur global d'estimation de défauts  $\Omega_G^\zeta(k)$  avec  $\zeta = [1, 2]$ , qui se produit tout au long de la plage de fonctionnement conforme au défaut occurring sur le système.

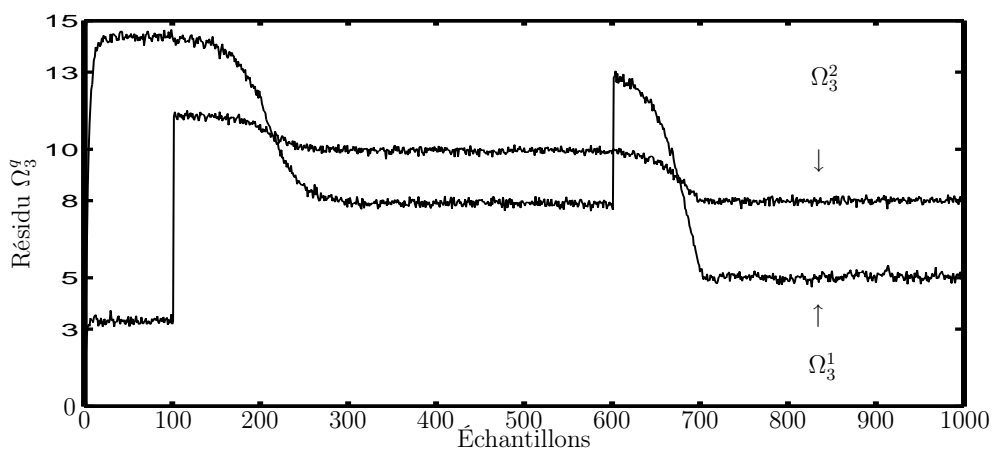
L'estimation globale de défauts est illustrée dans la FIG. 2.10. Dans cette figure, nous observons le comportement du résidu global  $\Omega_G^\zeta$  du système quand des changements brutaux interviennent à l'apparition de deux défauts. Nous pouvons constater que la détection est rapide car les détections se produisent avec un échantillon de retard par rapport aux instants



(a) L'évolution du résidu du modèle 1  $\Omega_1$  sensible aux défauts.



(b) L'évolution du résidu du modèle 2  $\Omega_2$  sensible aux défauts.



(c) L'évolution du résidu du modèle 3  $\Omega_3$  sensible aux défauts.

FIG. 2.9: Comportement dynamique du résidu sensible aux défauts.

d'apparition effectifs. L'estimation de l'amplitude est précise car les valeurs sont identiques aux valeurs réelles.

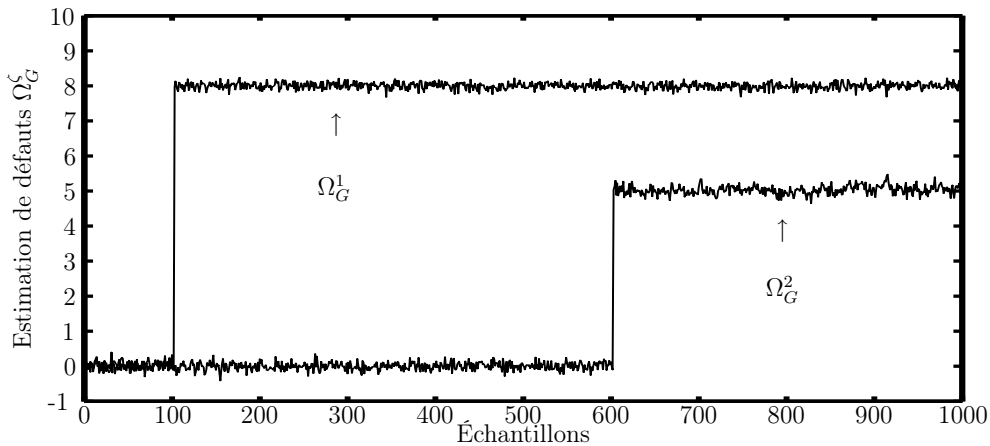


FIG. 2.10: Comportement du résidu  $\Omega_G^\zeta$  sensible aux défauts.

## 2.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons mis en évidence la problématique du diagnostic de défauts des systèmes multi-modèles interpolés. Dans ce contexte, une approche permettant le diagnostic de défauts ainsi que la sélection du modèle actif a été développée. Les résultats obtenus ne sont pas concluants, que ce soit du point de vue de la sélection du modèle avec la règle de Bayes ou du point de vue de la détection et l'isolation de défauts avec la méthode du test de rapport de vraisemblance généralisé. Effectivement, l'analyse effectuée met en évidence le problème causé par la sensibilité du résidu à deux informations simultanées : changement de point de fonctionnement et présence de défauts. Ce ne sont pas les méthodes d'évaluation de résidus qui sont en cause mais plutôt la génération de résidus. Afin de pallier à ces inconvénients, une méthode originale permettant de découpler les effets des défauts pour avoir un résidu insensible à ces effets a donc été proposée. Celle-ci repose sur un banc de filtres de Kalman découplants.

La méthode proposée permet la détection, l'isolation et l'estimation de l'amplitude de défauts multiples qui se présentent de manière simultanée ou séquentielle, tout en sélectionnant le modèle linéaire qui semble être approprié à représenter le système non linéaire en présence ou non de défauts.

La sélection de ce modèle repose sur l'estimation de la fonction d'activation qui utilise le vecteur des résidus insensibles aux défauts. Pour pouvoir différencier les deux types d'effets (défaut et changement de point de fonctionnement), il faut que les matrices de distribution des erreurs de modélisation soient totalement différentes de la matrice de distribution des défauts. Cette approche est illustrée à l'aide de la simulation d'un système multi-variables.

Cette approche originale satisfait aux propriétés de stabilité locale autour d'un point de fonctionnement, cependant la stabilité locale durant la phase de transition entre les différents filtres n'a pas été démontrée. Il est à noter qu'une étude sur la stabilité a été déjà réalisée au sein de l'équipe de recherche et a donné lieu à une communication (ADAM-MEDINA *et al.* 2003b); cependant, dans le cadre de cette thèse, cette étude de stabilité n'est pas développée.

La détection et l'isolation de défauts durant la transition d'un modèle linéaire à l'autre sont traitées sans tenir compte des erreurs de modèle. Or, la présence de ces incertitudes risque de compromettre le diagnostic de défauts en termes de fausses alarmes et de non détection. Par conséquent, notre objectif dans le chapitre suivant consiste à synthétiser un générateur de résidus robuste aux erreurs de modèle, sous l'hypothèse que la matrice de direction des défauts soit indépendante de celle des erreurs de modélisation (à vérifier par un calcul de rang).



# Chapitre 3

## Synthèse d'un générateur de résidus et estimation de modèles actifs au sein de systèmes représentés par des modèles linéaires multiples à incertitudes bornées

### 3.1 Introduction

Dans le but de tenir compte des erreurs de modélisation inhérentes à l'exploitation d'une représentation sous forme multi-modèles, ce chapitre sera consacré à la problématique du diagnostic de défauts robuste aux incertitudes de modèle.

Une étude sur les incertitudes de modèle sera menée afin d'établir et de présenter une nouvelle modélisation de ces dernières, supposées bornées. Cette représentation donne lieu à un ensemble de modèles linéaires multiples pour chaque modèle. Ceci nous conduira à une représentation multi-modèles originale basée sur plusieurs ensembles de modèles linéaires dans l'objectif d'améliorer la robustesse durant la transition d'un modèle à l'autre.

En s'inspirant des travaux de (CHEN et PATTON 1999), (WÜNNENBERG et FRANK 1990), sur l'espace de parité, une méthode fondée sur la génération de résidus optimale sera proposée. Celle-ci permet, grâce à une méthode d'optimisation multi-objectifs, l'obtention d'un banc de résidus directionnels robustes. Ces derniers seront ensuite évalués dans le but de détecter et d'isoler les défauts ainsi que d'estimer la fonction d'activation.

Afin d'illustrer les performances de la méthode développée, un exemple de simulation d'un système non linéaire sera présenté.

## 3.2 Représentation multi-modèles linéaires incertains bornés

Dans ce chapitre, nous considérons sans distinction à la fois les erreurs de modélisation et les entrées inconnues ou non mesurables définies sous forme d'incertitudes structurées ou non structurées en utilisant le terme *perturbation* (FRANK et DING 1997), (GERTLER 1998), (CHEN et PATTON 1999), (ADROT 2000), (RAMBEAUX 2001)...

Afin d'illustrer mathématiquement cette notion de perturbations, et conformément à (CHEN et PATTON 1999), nous posons le modèle d'espace-état d'un système linéaire vis-à-vis de perturbations sous la forme suivante :

$$\begin{cases} X(k+1) = (A + \delta A)X(k) + (B + \delta B)U(k) + (\Delta_X + \delta\Delta_X), \\ Y(k) = (C + \delta C)X(k) + (D + \delta D)U(k) + (\Delta_Y + \delta\Delta_Y), \end{cases} \quad (3.1)$$

où  $X \in \mathfrak{R}^n$  est le vecteur d'état,  $U \in \mathfrak{R}^p$  est le vecteur d'entrée,  $Y \in \mathfrak{R}^m$  est le vecteur de sortie. Les matrices  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$ , ainsi que les vecteurs  $\Delta_X$  et  $\Delta_Y$  sont connus et de dimensions appropriées. Cet ensemble de matrices et de vecteurs définit un modèle nominal. Les matrices  $\delta A$ ,  $\delta B$ ,  $\delta C$  et  $\delta D$  ainsi que les vecteurs  $\delta\Delta_X$  et  $\delta\Delta_Y$  représentent les perturbations multiplicatives.

Par simplicité de notation, nous définissons la matrice suivante associée à ce modèle d'espace-état en prenant en compte des perturbations liées aux matrices et aux vecteurs incertains :

$$\begin{bmatrix} (A + \delta A) & (B + \delta B) & (\Delta_X + \delta\Delta_X) \\ (C + \delta C) & (D + \delta D) & (\Delta_Y + \delta\Delta_Y) \end{bmatrix}, \quad (3.2)$$

Cette matrice, que l'on notera  $S^\xi$ , peut être réécrite, grâce à la notation  $\bullet^\xi = (\bullet + \delta\bullet)$ , sous la forme :

$$S^\xi = \begin{bmatrix} A^\xi & B^\xi & \Delta_X^\xi \\ C^\xi & D^\xi & \Delta_Y^\xi \end{bmatrix}. \quad (3.3)$$

où l'exposant  $\xi$  signifie que nous tenons compte des perturbations. Ainsi, la matrice  $S^\xi$  contribue au modèle d'espace-état incertain défini à l'équation (3.1).

Ces perturbations, si nous considérons uniquement les erreurs de modèle, sont généralement engendrées par des approximations nécessaires lors d'une linéarisation ou également lors de l'étape d'estimation des paramètres. Ces erreurs de modèle sont très importantes à considérer dans le cadre de notre étude car elles sont certes présentes autour d'un point de fonctionnement mais également et surtout lors du passage entre les différents points de fonctionnement.

Afin d'intégrer cette connaissance au sein d'un générateur de résidus, nous n'examinons que les perturbations  $\delta A$ ,  $\delta B$ ,  $\delta\Delta_X$ ,  $\delta C$ ,  $\delta D$  et  $\delta\Delta_Y$  définies dans une région ou un intervalle de fonctionnement borné. Par conséquent, les erreurs de modèle sont représentées comme des



perturbations multiplicatives (HAMELIN 2002) et (ADROT 2000). Les bornes sont établies à l'aide de deux ensembles de matrice représentant les bornes inférieures, notées (*inf*), et supérieures, notées (*sup*). Dans ce cas, les bornes doivent être déterminées de manière à englober les erreurs de modèle générées par les erreurs de linéarisation ou par les erreurs d'identification du modèle linéaire.

Sur la base de cette hypothèse de travail, nous établissons les inégalités suivantes :

$$\begin{aligned} \delta^{inf} A \leq \delta A \leq \delta^{sup} A, \quad \delta^{inf} B \leq \delta B \leq \delta^{sup} B, \quad \delta^{inf} \Delta_X \leq \delta \Delta_X \leq \delta^{sup} \Delta_X, \\ \delta^{inf} C \leq \delta C \leq \delta^{sup} C, \quad \delta^{inf} D \leq \delta D \leq \delta^{sup} D, \quad \delta^{inf} \Delta_Y \leq \delta \Delta_Y \leq \delta^{sup} \Delta_Y, \end{aligned} \quad (3.4)$$

où l'ensemble  $\{ \delta^{inf} A, \delta^{inf} B, \delta^{inf} \Delta_X, \delta^{inf} C, \delta^{inf} D, \delta^{inf} \Delta_Y \}$ , et l'ensemble  $\{ \delta^{sup} A, \delta^{sup} B, \delta^{sup} \Delta_X, \delta^{sup} C, \delta^{sup} D, \delta^{sup} \Delta_Y \}$  représentent respectivement la borne inférieure et la borne supérieure de l'intervalle.

Nous supposons que la valeur  $\delta$  est définie par un intervalle fermé symétrique  $[\delta^{inf} \delta^{sup}]$  où  $\delta^{sup} = -\delta^{inf}$ . Dans ce cas,  $\delta^{inf}$  prend des valeurs entre  $[-1 \ 0[$ , contrairement à  $\delta^{sup}$  qui prend des valeurs entre  $]0 \ 1]$ . La valeur nominale est  $\delta^{nom} = 0$  (ADROT 2000).

Par exemple, si nous supposons,  $\delta^{inf} = -0.1$  et  $\delta^{sup} = 0.1$ , alors les inégalités (3.4) deviennent équivalentes à :

$$\begin{aligned} -0.1A \leq \delta A \leq 0.1A, \quad -0.1B \leq \delta B \leq 0.1B, \quad -0.1\Delta_X \leq \delta \Delta_X \leq 0.1\Delta_X, \\ -0.1C \leq \delta C \leq 0.1C, \quad -0.1D \leq \delta D \leq 0.1D, \quad -0.1\Delta_Y \leq \delta \Delta_Y \leq 0.1\Delta_Y, \end{aligned} \quad (3.5)$$

Cette hypothèse de travail conduit à déterminer l'ensemble des matrices (*inf*) en effectuant le produit entre la borne inférieure de l'intervalle et les matrices nominales. La même procédure est utilisée pour le calcul de l'ensemble de matrices (*sup*) en utilisant la borne supérieure.

Par conséquent, la matrice  $S^\xi$  représentative du modèle d'espace-état défini à l'équation (3.1) est elle-même bornée par les deux matrices extrêmes (*inf* et *sup*) suivantes :

$$\begin{bmatrix} (A + \delta^{inf} A) & (B + \delta^{inf} B) & (\Delta_X + \delta^{inf} \Delta_X) \\ (C + \delta^{inf} C) & (D + \delta^{inf} D) & (\Delta_X + \delta^{inf} \Delta_X) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^{inf} & B^{inf} & \Delta_X^{inf} \\ C^{inf} & D^{inf} & \Delta_Y^{inf} \end{bmatrix} = S^{inf}, \quad (3.6)$$

$$\begin{bmatrix} (A + 0) & (B + 0) & (\Delta_X + 0) \\ (C + 0) & (D + 0) & (\Delta_X + 0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^{nom} & B^{nom} & \Delta_X^{nom} \\ C^{nom} & D^{nom} & \Delta_Y^{nom} \end{bmatrix} = S^{nom}, \quad (3.7)$$

$$\begin{bmatrix} (A + \delta^{sup} A) & (B + \delta^{sup} B) & (\Delta_X + \delta^{sup} \Delta_X) \\ (C + \delta^{sup} C) & (D + \delta^{sup} D) & (\Delta_X + \delta^{sup} \Delta_X) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^{sup} & B^{sup} & \Delta_X^{sup} \\ C^{sup} & D^{sup} & \Delta_Y^{sup} \end{bmatrix} = S^{sup}, \quad (3.8)$$

où  $S^{nom}$  représente le modèle nominal du système,  $S^{inf}$  et  $S^{sup}$ , représentent le modèle tenant compte respectivement des incertitudes de modèles bornées inférieures et supérieures.

Les matrices représentatives du comportement dynamique du système décrit en (3.1) peuvent être jointes à la matrice nominale pour obtenir l'ensemble suivant :

$$\mathcal{S}^\xi = \left[ S^{inf} \quad S^{nom} \quad S^{sup} \right], \quad (3.9)$$

où  $\mathcal{S}^\xi$  représente un ensemble de matrices conduisant à la modélisation du système linéaire incertain décrit en (3.1).

Dans le cadre de nos travaux, nous exploiterons cette représentation au sein d'un système décrit par de multi-modèles linéaires interpolés dont une interprétation possible au niveau du gain statique d'un système simple entrée/simple sortie est illustrée à titre d'exemple par la FIG. 3.1.

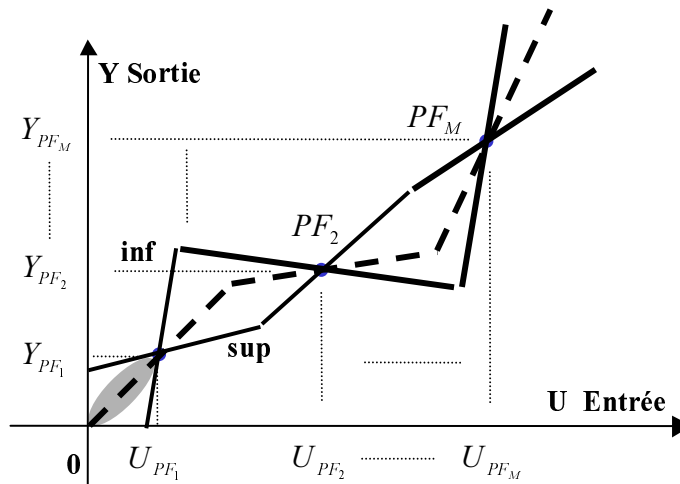


FIG. 3.1: Gain statique d'une représentation multi-modèle vis-à-vis des incertitudes de modèle.

Au sein de ce système, les incertitudes ont été conçues grâce aux considérations suivantes :

- la connaissance parfaite du  $j^{\text{ème}}$  point de fonctionnement  $PF_j$  ;
- une pente ou droite maximale passant par le point de fonctionnement ;
- une pente ou droite minimale passant par le point de fonctionnement ;

Dans cette description, les bornes ou limites sont fixées afin de permettre une meilleure représentation du système dans la zone de transition entre les modèles (zone grisée). Il est évident que ces bornes doivent être déterminées de manière à permettre une détection et une isolation de défauts optimales vis-à-vis de modèle et de transitions d'un point de fonctionnement à l'autre. Cette détermination ne sera pas considérée dans le cadre de ce travail de thèse où nous supposons que les bornes sont connues.

Sur la base de la représentation multi-modèle proposée avec  $M$  modèles linéaires associés à chaque point de fonctionnement (cf. équation 3.9), nous définissons dans le paragraphe suivant une méthode de génération de résidus capable d'accomplir nos contraintes, c'est-à-dire de parvenir à la détection et l'isolation de défauts, ainsi qu'à l'estimation d'une fonction d'activation.

### 3.3 Synthèse d'un générateur de résidus par redondance temporelle

En se fondant sur la modélisation définie au paragraphe (3.2), notre objectif est de synthétiser un générateur de résidus satisfaisant les contraintes inhérentes à la nouvelle représentation multi-modèles.

L'objectif ne se résume pas à une simple détection mais s'étend à l'isolation d'un défaut parmi d'autres, le problème devient plus complexe puisqu'il nécessite une interprétation différente de chacun des effets des défauts pris séparément. Lorsque les contraintes de découplage s'avèrent contradictoires et qu'il devient impossible de différencier l'effet des incertitudes de modèle de celui des défauts sur le résidu, il est nécessaire d'avoir recours à des méthodes optimales. La méthode développée dans ce paragraphe est fondée sur ce concept en établissant un compromis satisfaisant entre la sensibilité du résidu aux défauts et à l'insensibilité de ce dernier aux incertitudes.

Plusieurs études ont été menées dans cet objectif parmi lesquelles on distingue celles s'établissant dans le domaine temporel (WÜNNENBERG 1990), (CHEN et PATTON 1999), (CASSAR *et al.* 1993), et celles utilisées dans le domaine fréquentiel (GERTLER 1998) et (GERTLER 1991). Plus récemment, une autre approche optimale a été développée en considérant le problème de la robustesse non plus en terme de sensibilité du résidu aux défauts et aux perturbations mais en terme de taux de fausse alarme et de non détection (DING *et al.* 2000).

En se fondant sur la redondance temporelle, l'espace de parité permet de rendre insensible un résidu à l'ensemble des perturbations additives sous réserve que leur dimension soit inférieure à la dimension des sorties indépendantes. Dans le cas contraire, la synthèse d'un générateur de résidus requiert la minimisation d'un critère comme présenté dans ce travail.

Les approches utilisant des relations de parité (CHOW et WILLSKY 1984), (LOU *et al.* 1986), (MASSOUMNIA *et al.* 1989), (PATTON *et al.* 1989), et (GERTLER 1998) ont pour objectif de vérifier les données issues du système en leur associant des relations de bon fonctionnement, nommées relations de parité. Ainsi, puisque le vecteur d'état est en règle générale un signal non mesuré du système, celui-ci n'apparaît plus dans la définition de ces relations.

Dans ce paragraphe, nous présentons un générateur de résidus robuste sur la base de la nouvelle représentation exposée précédemment en se fondant sur une méthode de découplage optimal issue de l'espace de parité.

### 3.3.1 Problématique

Conformément aux systèmes étudiés dans ce mémoire et aux éléments définis dans la section précédente, le système dynamique considéré est défini par un ensemble de modèles linéaires en présence des défauts de capteur et d'actionneur soumis aux incertitudes de modèles bornés, et se représentant autour du  $j^{\text{ème}}$  point de fonctionnement sous la forme suivante :

$$\begin{cases} X(k+1) = A_j^\xi X(k) + B_j^\xi U(k) + \Delta_{X_j}^\xi + F_{X_j}^\xi f(k) , \\ Y(k) = C_j^\xi X(k) + D_j^\xi U(k) + \Delta_{Y_j}^\xi + F_{Y_j}^\xi f(k) , \end{cases} \quad (3.10)$$

où  $f \in \mathfrak{R}^q$  est le vecteur des défauts.  $F_{X_j}^\xi$  et  $F_{Y_j}^\xi$  représentent les matrices de distribution des défauts respectivement d'actionneur et de capteur. Pour simplifier les notations, l'ensemble de matrices suivant est utilisé afin de définir le système étudié :

$$S_j^\xi = \begin{bmatrix} A_j^\xi & B_j^\xi & \Delta_{X_j}^\xi & F_{X_j}^\xi \\ C_j^\xi & D_j^\xi & \Delta_{Y_j}^\xi & F_{Y_j}^\xi \end{bmatrix}, \quad \forall j \in [1, \dots, M], \quad (3.11)$$

où  $S_j^\xi$  est défini comme le  $j^{\text{ème}}$  modèle linéaire incertain avec défauts, reprenant l'écriture de l'équation (3.9) par :

$$S_j^\xi = \begin{bmatrix} S_j^{inf} & S_j^{nom} & S_j^{sup} \end{bmatrix}, \quad \forall j \in [1, \dots, M]. \quad (3.12)$$

Sur la base de cette représentation, nous cherchons à résoudre le problème du diagnostic de défauts en générant des résidus par redondance temporelle. Cette approche nous conduit à considérer les méthodes associées à l'espace de parité traitées de manière générale dans le livre de (CHEN et PATTON 1999). Sur la base de l'équation du système (3.11),  $\mathcal{W}$  équations de résidus peuvent être écrites sous la forme :

$$\left\{ \begin{array}{l} Y(k) = C_j^\xi X(k) + D_j^\xi U(k) + \Delta_{Y_j}^\xi + F_{Y_j}^\xi f(k) , \\ Y(k+1) = C_j^\xi X(k+1) + D_j^\xi U(k+1) + \Delta_{Y_j}^\xi + F_{Y_j}^\xi f(k+1) \\ = C_j^\xi \left( A_j^\xi X(k) + B_j^\xi U(k) + \Delta_{X_j}^\xi + F_{X_j}^\xi f(k) \right) + D_j^\xi U(k+1) + \Delta_{Y_j}^\xi + F_{Y_j}^\xi f(k+1) \\ = C_j^\xi A_j^\xi X(k) + C_j^\xi B_j^\xi U(k) + D_j^\xi U(k+1) + C_j^\xi \Delta_{X_j}^\xi + \Delta_{Y_j}^\xi + C_j^\xi F_{X_j}^\xi f(k) + F_{Y_j}^\xi f(k+1) , \\ \vdots \\ Y(k+\mathcal{W}) = C_j^\xi (A_j^\xi)^\mathcal{W} X(k) \\ + C_j^\xi (A_j^\xi)^{\mathcal{W}-1} B_j^\xi U(k) + C_j^\xi (A_j^\xi)^{\mathcal{W}-2} B_j^\xi U(k+1) + \dots + C_j^\xi B_j^\xi U(k+\mathcal{W}-1) \\ + D_j^\xi U(k+\mathcal{W}) \\ + C_j^\xi (A_j^\xi)^{\mathcal{W}-1} F_{X_j}^\xi f(k) + C_j^\xi (A_j^\xi)^{\mathcal{W}-2} F_{X_j}^\xi f(k+1) + \dots + C_j^\xi F_{X_j}^\xi f(k+\mathcal{W}-1) \\ + F_{Y_j}^\xi f(k+\mathcal{W}) \\ + C_j^\xi (A_j^\xi)^{\mathcal{W}-1} \Delta_{X_j}^\xi + C_j^\xi (A_j^\xi)^{\mathcal{W}-2} \Delta_{X_j}^\xi + \dots + C_j^\xi \Delta_{X_j}^\xi + \Delta_{Y_j}^\xi , \end{array} \right. \quad (3.13)$$

La représentation de ces équations est décalée de  $\mathcal{W}$  de façon à utiliser les  $\mathcal{W}$  mesures antérieures, soit la forme réduite :

$$\begin{aligned}
\underbrace{\begin{bmatrix} Y(k-\mathcal{W}) \\ Y(k-\mathcal{W}+1) \\ Y(k-\mathcal{W}+2) \\ \vdots \\ Y(k) \end{bmatrix}}_{Y(k,\mathcal{W})} &= \underbrace{\begin{bmatrix} C_j^\xi \\ C_j^\xi A_j^\xi \\ C_j^\xi (A_j^\xi)^2 \\ \vdots \\ C_j^\xi (A_j^\xi)^\mathcal{W} \end{bmatrix}}_{\mathbf{H}_{0,i}^\xi} X(k-\mathcal{W}) \\
&+ \underbrace{\begin{bmatrix} D_j^\xi & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ C_j^\xi B_j^\xi & D_j^\xi & 0 & \cdots & 0 \\ C_j^\xi A_j^\xi B_j^\xi & C_j^\xi B_j^\xi & D_j^\xi & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ C_j^\xi (A_j^\xi)^{\mathcal{W}-1} B_j^\xi & C_j^\xi (A_j^\xi)^{\mathcal{W}-2} B_j^\xi & \cdots & C_j^\xi B_j^\xi & D_j^\xi \end{bmatrix}}_{\mathbf{H}_{1,i}^\xi} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} U(k-\mathcal{W}) \\ U(k-\mathcal{W}+1) \\ U(k-\mathcal{W}+2) \\ \vdots \\ U(k) \end{bmatrix}}_{U(k,\mathcal{W})} \\
&+ \underbrace{\begin{bmatrix} F_{Y_j}^\xi & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ C_j^\xi F_{X_j}^\xi & F_{Y_j}^\xi & 0 & \cdots & 0 \\ C_j^\xi A_j^\xi F_{X_j}^\xi & C_j^\xi F_{X_j}^\xi & F_{Y_j}^\xi & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ C_j^\xi (A_j^\xi)^{\mathcal{W}-1} F_{X_j}^\xi & C_j^\xi (A_j^\xi)^{\mathcal{W}-2} F_{X_j}^\xi & \cdots & C_j^\xi F_{X_j}^\xi & F_{Y_j}^\xi \end{bmatrix}}_{\mathbf{H}_{3,i}^\xi} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} f(k-\mathcal{W}) \\ f(k-\mathcal{W}+1) \\ f(k-\mathcal{W}+2) \\ \vdots \\ f(k) \end{bmatrix}}_{F(k,\mathcal{W})} \\
&+ \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta_{Y_j}^\xi \\ C^\xi \Delta_X^\xi + \Delta_Y^\xi \\ C^\xi A^\xi \Delta_X^\xi + C^\xi \Delta_X^\xi + \Delta_Y^\xi \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^{\mathcal{W}-1} C^\xi (A^\xi)^{i-1} \Delta_X^\xi + \Delta_Y^\xi \end{bmatrix}}_{\mathbf{H}_{\Delta,i}^\xi}, \tag{3.14}
\end{aligned}$$

où  $\mathbf{H}_{0,i}^\xi \in \mathfrak{R}^{(\mathcal{W}+1)m \times n}$  est la matrice d'observabilité,  $\mathbf{H}_{1,i}^\xi \in \mathfrak{R}^{(\mathcal{W}+1)m \times (\mathcal{W}+1)p}$ , et  $\mathbf{H}_{3,i}^\xi \in \mathfrak{R}^{(\mathcal{W}+1)m \times (\mathcal{W}+1)q}$  sont des matrices de Toeplitz triangulaires inférieures généralisées.  $\mathbf{H}_{\Delta,i}^\xi$  est un vecteur constant dépendant du  $j^{\text{ème}}$  point de fonctionnement. L'indice  $i \in [1, 2, \dots, M]$  correspond au numéro de l'espace de parité à réaliser par rapport à chacun des modèles linéaires incertains décrivant le système. Il est à noter que l'horizon d'observation  $\mathcal{W}$  est également choisi à une valeur qui équivaut au rang de la matrice d'observabilité associée à la représentation d'état.

Une forme matricielle compacte regroupant les  $(\mathcal{W} + 1)$  équations de mesure est donnée par :

$$Y(\mathbf{k}, \mathcal{W}) = \mathbf{H}_{0,i}^\xi X(\mathbf{k} - \mathcal{W}) + \mathbf{H}_{1,i}^\xi U(\mathbf{k}, \mathcal{W}) + \mathbf{H}_{3,i}^\xi F(\mathbf{k}, \mathcal{W}) + \mathbf{H}_{\Delta,i}^\xi, \quad (3.15)$$

D'après les propriétés matricielles de la relation de parité (CHOW et WILLSKY 1984) et (HAMELIN 2002) il est possible de synthétiser une relation de parité liant chacune des données sortie/entrée  $Y(\mathbf{k})$  et  $U(\mathbf{k})$  où ces dernières ne dépendent que des données aux instants  $\mathbf{k}$  et antérieures.

En effet, si nous nous plaçons dans un contexte classique de l'espace de parité, c'est-à-dire sans considération des incertitudes de modèle, l'équation de sortie (3.15) peut être réécrite grâce à la prise en compte des dérivées généralisées des signaux de sortie/entrée. Un générateur de résidus peut être mis en place en supposant  $\mathcal{W}$  suffisamment grand et s'il existe un sous-espace orthogonal  $\ker\{\mathbf{H}_{0,i}^T\}$  à  $\text{Im}\{\mathbf{H}_{0,i}\}$ , on obtient d'après (3.15) :

$$\ker \left\{ \left[ (\mathbf{H}_{0,i}^T) \right]^T \right\} \left( Y(\mathbf{k}, \mathcal{W}) - \mathbf{H}_{1,i} U(\mathbf{k}, \mathcal{W}) - \mathbf{H}_{\Delta,i} \right) = \ker \left\{ \left[ (\mathbf{H}_{0,i}^T) \right]^T \right\} \mathbf{H}_{3,i} F(\mathbf{k}, \mathcal{W}). \quad (3.16)$$

Un vecteur de résidus  $r_i(\mathbf{k})$ , nul (découplé de l'état) en absence des entrées inconnues, peut alors être engendré comme dans (CHOW et WILLSKY 1984), et (LOU *et al.* 1986) où le  $i^{\text{ème}}$  vecteur de résidus est défini par :

$$r_i(\mathbf{k}) = \mathbf{V}_i^T \left[ Y(\mathbf{k}, \mathcal{W}) - \mathbf{H}_{1,i} U(\mathbf{k}, \mathcal{W}) - \mathbf{H}_{\Delta,i} \right], \quad (3.17)$$

avec,  $\ker \left\{ \left[ (\mathbf{H}_{0,i}^T) \right]^T \right\} = \mathbf{V}_i^T$  dans ce cas particulier.  $\mathbf{V}_i^T \in \mathfrak{R}^{(\mathcal{W}+1)m}$  représente le vecteur parité. Ceci permet d'engendrer des résidus selon les contraintes établies.  $\mathbf{H}_{1,i}$  est une matrice Toeplitz définie par la valeur nominale de  $\mathbf{H}_{1,i}^\xi$ , c'est-à-dire autour du  $j^{\text{ème}}$  point de fonctionnement.  $\mathbf{H}_{\Delta,i}$  est un vecteur constant dépendant du  $j^{\text{ème}}$  point de fonctionnement. Finalement, dans le cadre de la génération de résidus incertains, une synthèse du  $r_i(\mathbf{k})$  est présentée en remplaçant l'équation de mesure temporelle  $Y(\mathbf{k}, \mathcal{W})$  (3.15) dans l'équation de résidu temporel classique (3.17) (CHEN et PATTON 1999), cette dernière devient équivalente à :

$$\begin{aligned} r_i(\mathbf{k}) &= \mathbf{V}_i^T \left[ \mathbf{H}_{0,i}^\xi X(\mathbf{k} - \mathcal{W}) + \mathbf{H}_{1,i}^\xi U(\mathbf{k}, \mathcal{W}) + \mathbf{H}_{3,i}^\xi F(\mathbf{k}, \mathcal{W}) \right. \\ &\quad \left. + \mathbf{H}_{\Delta,i}^\xi - \mathbf{H}_{1,i} U(\mathbf{k}, \mathcal{W}) - \mathbf{H}_{\Delta,i} \right] \\ &= \mathbf{V}_i^T \mathbf{H}_{0,i}^\xi X(\mathbf{k} - \mathcal{W}) + \mathbf{V}_i^T (\mathbf{H}_{1,i}^\xi - \mathbf{H}_{1,i}) U(\mathbf{k}, \mathcal{W}) + \mathbf{V}_i^T (\mathbf{H}_{\Delta,i}^\xi - \mathbf{H}_{\Delta,i}) \\ &\quad + \mathbf{V}_i^T \mathbf{H}_{3,i}^\xi F(\mathbf{k}, \mathcal{W}), \end{aligned} \quad (3.18)$$

en posant

$$\mathcal{H}_{0,i}^\xi = \begin{bmatrix} H_{0,i}^\xi \end{bmatrix} ; \quad \mathcal{X}(k - \mathcal{W}) = \begin{bmatrix} X(k - \mathcal{W}) \end{bmatrix} , \quad (3.19)$$

$$\mathcal{H}_{2,i}^\xi = \begin{bmatrix} (H_{1,i}^\xi - H_{1,i}) & (H_{\Delta,i}^\xi - H_{\Delta,i}) \end{bmatrix} ; \quad \mathcal{D}(k, \mathcal{W}) = \begin{bmatrix} U(k, \mathcal{W}) \\ 1 \end{bmatrix} , \quad (3.20)$$

$$\mathcal{H}_{3,i}^\xi = \begin{bmatrix} H_{3,i}^\xi \end{bmatrix} ; \quad \mathcal{F}(k, \mathcal{W}) = \begin{bmatrix} F(k, \mathcal{W}) \end{bmatrix} . \quad (3.21)$$

L'équation (3.18) est réécrite sous la forme suivante :

$$r_i(k) = V_i^T \mathcal{H}_{0,i}^\xi \mathcal{X}(k - \mathcal{W}) + V_i^T \mathcal{H}_{2,i}^\xi \mathcal{D}(k, \mathcal{W}) + V_i^T \mathcal{H}_{3,i}^\xi \mathcal{F}(k, \mathcal{W}) , \quad (3.22)$$

où  $\mathcal{H}_{2,i}^\xi$  représente les incertitudes de modèles.

L'équation de parité (3.22) est utilisée pour synthétiser le vecteur de parité  $V_i^T$  en étant insensible aux incertitudes de modèles et sensible aux défauts. Le vecteur de parité résultant est utilisé dans l'équation de résidus (3.17) afin d'engendrer le résidu souhaité.

Dans le cadre de notre travail, deux objectifs principaux doivent être atteints. Dans une première étape, nous devons synthétiser ces résidus afin de nous permettre de détecter et isoler les défauts et dans une seconde étape effectuer l'estimation de la fonction d'activation. Ces objectifs conduisent à synthétiser un vecteur de parité permettant d'engendrer un résidu à la fois sensible aux défauts et insensible aux incertitudes de modèle à des fins de détection et d'isolation de défauts, et également insensible aux défauts et sensible aux incertitudes de modèle à des fins d'estimation des fonctions d'activation ; soit un vecteur de parité devant résoudre des objectifs antagonistes :

$$V_i^T \cdot \mathcal{H}_{0,i}^\xi = 0 , \quad (3.23)$$

$$V_i^T \cdot \mathcal{H}_{2,i}^\xi \Big|_{\neq 0}^0 , \quad (3.24)$$

$$V_i^T \cdot \mathcal{H}_{3,i}^\xi \Big|_{\neq 0}^0 . \quad (3.25)$$

Rappelons que pour accomplir ces objectifs, l'exposant ( $\xi$ ) définit le caractère incertain de l'ensemble des modèles multiples linéaires (3.11) dont les matrices sont désormais bornées. Ainsi, le modèle appartient à l'ensemble des modèles linéaires incertains bornés défini par la matrice  $\mathcal{S}_j^\xi$  (3.12) incluant les modèles bornés (*inf* et *sup*), ainsi que le modèle nominal (*nom*).

Maintenant, il faut rétablir les conditions de génération de résidus (3.23 à 3.25) par l'intermédiaire de ce nouvel ensemble de matrices (3.12), de manière à ce que la détermination du vecteur de parité  $V_i^T$  permette le calcul du générateur de résidus  $r_i$  capable de détecter et

d'isoler les défauts, ainsi que d'estimer la fonction d'activation d'un système sous représentation multi-modèles. Par conséquent, le vecteur de parité  $V_i^T$  doit remplir les conditions suivantes :

$$V_i^T \cdot H_{0,i}^{inf} = 0, \quad V_i^T \cdot H_{0,i}^{nom} = 0, \quad V_i^T \cdot H_{0,i}^{sup} = 0, \quad (3.26)$$

$$V_i^T \cdot H_{2,i}^{inf} \begin{cases} =0 \\ \neq 0 \end{cases}, \quad V_i^T \cdot H_{2,i}^{nom} \begin{cases} =0 \\ \neq 0 \end{cases}, \quad V_i^T \cdot H_{2,i}^{sup} \begin{cases} =0 \\ \neq 0 \end{cases}, \quad (3.27)$$

$$V_i^T \cdot H_{3,i}^{inf} \begin{cases} =0 \\ \neq 0 \end{cases}, \quad V_i^T \cdot H_{3,i}^{nom} \begin{cases} =0 \\ \neq 0 \end{cases}, \quad V_i^T \cdot H_{3,i}^{sup} \begin{cases} =0 \\ \neq 0 \end{cases}, \quad (3.28)$$

Certaines de ces conditions présentent des antagonismes. En effet, lors de la génération de résidus associée, d'une part, à la détection et l'isolation de défauts, l'effet des incertitudes doit être minimisé et celui des défauts doit être maximisé. D'autre part, dans la génération de résidus pour l'estimation de la fonction d'activation, les incertitudes de modèle doivent être maximisées et les défauts minimisés.

Dans le contexte de modèles multiples, peu de solutions ont été traitées dans la bibliographie. Nous citons par exemple (GERTLER 1998), qui propose simplement d'obtenir un vecteur unique de parité robuste pour l'ensemble des modèles en présence de défauts et des incertitudes de modèle. Cependant, la détermination de la fonction d'activation de chaque modèle reste hors de ses conditions. Par ailleurs, (CHEN et PATTON 1999), traitent l'espace de parité incertain dans le cadre multi-modèles, mais de manière très succincte en supposant connue la fonction d'activation décrite via une probabilité indépendante des défauts.

Contrairement aux travaux mentionnés ci-dessus et à cause des objectifs antagonistes que doivent remplir les résidus, nous avons développé deux générateurs de résidus distincts issus d'une synthèse d'un vecteur de parité ( $V_i^T$ ) de manière totalement indépendante sous les contraintes de l'occurrence des défauts et de la présence des incertitudes de modèle bornées, ceci dans un contexte d'une représentation multi-modèles.

Les paragraphes suivants sont consacrés au développement de la synthèse de ces deux générateurs de résidus.

### 3.3.2 Synthèse d'un générateur de résidus insensible aux incertitudes de modèle pour la détection et l'isolation de défauts

La génération de résidus doit s'accomplir sous certaines contraintes pour effectuer la détection et l'isolation. Cette génération utilise les conditions (3.26, 3.27 et 3.28) afin d'établir les critères ou objectifs nécessaires pour la synthèse d'un vecteur de parité. Cependant, nous remarquons que ces conditions sont nécessaires et suffisantes pour assurer la détection de défauts.



En effet, ces dernières sont vérifiées, grâce à la matrice  $\mathcal{H}_{3,i}^\xi$  qui contient toutes les directions de défauts : autant de vecteurs de parité calculés que de modèles existants. Ainsi un générateur de résidus peut être conçu pour détecter les défauts.

Ce générateur est réécrit à l'aide des équations (3.17 et 3.22) sous certaines conditions afin d'engendrer le résidu :

$$\Omega_i(\mathbf{k}) = r_i(\mathbf{k}) = \mathbf{V}_i^T \left[ \mathbf{Y}(\mathbf{k}, \mathcal{W}) - \mathbf{H}_{1,i} \mathbf{U}(\mathbf{k}, \mathcal{W}) - \mathbf{H}_{\Delta,i} \right], \quad (3.29)$$

conduisant à

$$\Omega_i(\mathbf{k}) = \mathbf{V}_i^T \mathcal{H}_{0,i}^\xi \mathcal{X}(\mathbf{k} - \mathcal{W}) + \mathbf{V}_i^T \mathcal{H}_{2,i}^\xi \mathcal{D}(\mathbf{k}, \mathcal{W}) + \mathbf{V}_i^T \mathcal{H}_{3,i}^\xi \mathcal{F}(\mathbf{k}, \mathcal{W}), \quad (3.30)$$

où  $\Omega_i$  représente le vecteur de résidus permettant de détecter les défauts. L'équation (3.29) est utilisée pour calculer le résidu, tandis que l'équation (3.30) est utilisée pour synthétiser le vecteur de parité  $\mathbf{V}_i^T$ , capable d'accomplir la génération de résidu souhaitée. Mais afin de synthétiser le vecteur de parité de manière adéquate, nous soumettons à l'équation de résidus (3.30) la contrainte suivante : les résidus doivent être sensibles à tous les défauts, et en même temps doivent être robustes aux incertitudes de modèle.

Par conséquent, un banc de nouveaux résidus intégrant les incertitudes de modèle sous forme bornées est établi afin de permettre la synthèse pour chaque  $i^{\text{ème}}$  espace de parité du vecteur de parité  $\mathbf{V}_i^T$ . Ce résidu s'écrit sous la forme :

$$\Omega_i(\mathbf{k}) = \mathbf{V}_i^T \mathcal{H}_{0,i} \mathcal{X}(\mathbf{k} - \mathcal{W}) + \mathbf{V}_i^T \mathcal{H}_{2,i} \mathcal{D}(\mathbf{k}, \mathcal{W}) + \mathbf{V}_i^T \mathcal{H}_{3,i} \mathcal{F}(\mathbf{k}, \mathcal{W}), \quad (3.31)$$

avec,

$$\begin{cases} \mathcal{H}_{0,i} = \begin{bmatrix} H_{0,i}^{inf} & H_{0,i}^{nom} & H_{0,i}^{sup} \end{bmatrix}, \\ \mathcal{H}_{2,i} = \begin{bmatrix} H_{2,i}^{inf} & H_{2,i}^{nom} & H_{2,i}^{sup} \end{bmatrix}, \\ \mathcal{H}_{3,i} = \begin{bmatrix} H_{3,i}^{inf} & H_{3,i}^{nom} & H_{3,i}^{sup} \end{bmatrix}. \end{cases} \quad (3.32)$$

La synthèse du vecteur de parité ( $\mathbf{V}_i^T$ ) s'effectue afin d'obtenir un résidu insensible à l'état et aux incertitudes de modèle, et insensible aux défauts. Le vecteur de parité doit par conséquent remplir les conditions suivantes :

$$\mathbf{V}_i^T \cdot \mathcal{H}_i = \mathbf{0} \quad \text{avec } \mathcal{H}_i = [\mathcal{H}_{0,i} \quad \mathcal{H}_{2,i}], \quad (3.33)$$

$$\mathbf{V}_i^T \cdot \mathcal{H}_{3,i} \neq \mathbf{0}. \quad (3.34)$$

Le vecteur de parité doit résoudre un double objectif : en même temps, minimiser les effets de l'état, et des incertitudes ( $V_i^T \cdot \mathcal{H}_i = 0$ ), ainsi que de maximiser les effets des défauts à détecter ( $V_i^T \cdot \mathcal{H}_{3,i} \neq 0$ ), soit deux critères à remplir, l'indice  $J_{1,i}$  associé à l'insensibilité de résidus à l'état et aux incertitudes de modèle et l'indice  $J_{2,i}$  associé à la sensibilité du résidu aux défauts.

$$\left\{ \begin{array}{l} \min J_{1,i} = \min \{ \|V_i^T \cdot \mathcal{H}_i\|^2 \} \\ \quad = \min \{ V_i^T \mathcal{H}_i \mathcal{H}_i^T V_i \} \quad \text{avec } V_i^T V_i = 1, \\ \max J_{2,i} = \max \{ \|V_i^T \cdot \mathcal{H}_{3,i}\|^2 \} \\ \quad = \max \{ V_i^T \mathcal{H}_{3,i} \mathcal{H}_{3,i}^T V_i \} \quad \text{avec } V_i^T V_i = 1. \end{array} \right. \quad (3.35)$$

Ces deux critères doivent être résolus simultanément afin de calculer le vecteur de parité ( $V_i^T$ ) permettant la génération d'un banc de résidus robuste aux incertitudes de modèle, mais sensible aux défauts.

Une solution exacte est presque impossible car un vecteur de parité qui remplit ces deux objectifs est rarement déterminé, cependant une résolution basée sur l'optimisation du vecteur de parité par des techniques multi-critères peut être envisagée. Différentes méthodes de résolution (technique multi-critère) ont été traitées dans la littérature (CHEN et PATTON 1999), (GERTLER 1998) et (FRANK 1990) comme nous le mentionnons par la suite.

**Calcul du vecteur de parité optimal.** La synthèse des vecteurs de parité est ici présentée. Dans le but de trouver une solution unique pour ces deux objectifs, nous examinons la solution parfaite à base de critères multiples qui est très difficile à obtenir comme nous l'illustrons dans la FIG. 3.2 où l'intersection entre les espaces des solutions de deux objectifs  $J$  et  $1/G$  est vide, i.e.  $span\{J\} \cap span\{1/G\} = \{0\}$ .

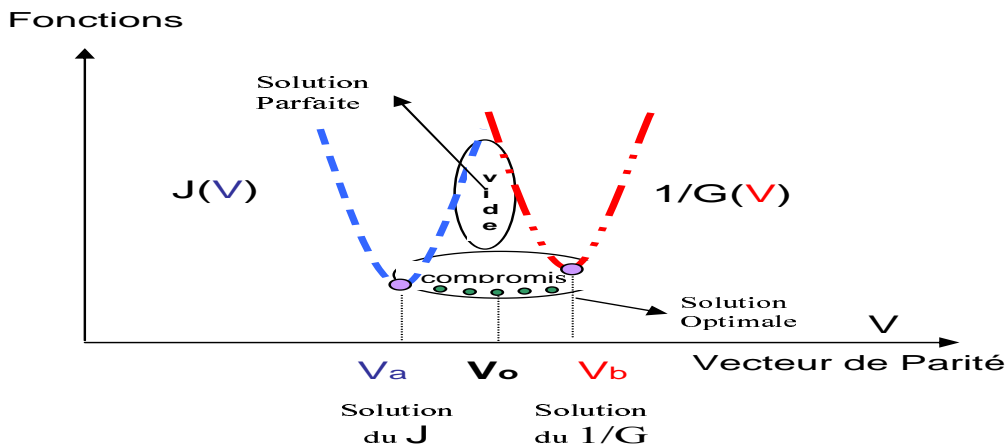


FIG. 3.2: Courbe d'intersection entre deux fonctions coût ( $J$  et  $G$ ).

Cependant, un compromis peut être établi afin de trouver une solution optimale performante, composée de réponses individuelles acceptables pour chacun des critères établis (cf. FIG.

3.2). Les méthodes d'optimisation multi-critères répertoriées dans la bibliographie (GERTLER 1998), (CHEN et PATTON 1999), (FRANK 1990) impliquent :

- optimisation multi-critères via la décomposition en valeurs singulières ;
- optimisation multi-critères par l'intermédiaire de la projection optimale ;
- optimisation multi-critères au travers une procédure en deux étapes ;
- **optimisation multi-critères en minimisant un indice de performance mêlé.**

Chacune des méthodes présente des avantages et des inconvénients. Par exemple, la solution par la méthode de projection optimale est simple à implanter. Cependant, quand on ajoute les deux facteurs de pondération pour établir un compromis entre un taux faible de manque de détection et un taux faible de fausse détection, il n'est pas toujours facile de déterminer une solution performante. Par ailleurs, une autre procédure de résolution est la méthode d'optimisation en deux étapes, elle possède des performances excellentes, en revanche cette méthode d'inégalités est caractérisée par une grande complexité de mise en oeuvre. La dernière méthode, nommée *indice de performance mêlé*, utilise une fonction coût possédant un bon compromis entre sa simplicité de mise en oeuvre et la précision des résultats. Nous avons retenu cette dernière pour résoudre notre problème.

L'*indice de performance mêlé*, proposé par (CHEN et PATTON 1999), fait appel à la modélisation des erreurs de modèles et de perturbations inconnues, simultanément, sous forme d'incertitudes structurées. L'*indice de performance mêlé* a été exploré par Wünnenberg et Frank (WÜNNENBERG et FRANK 1990), mais les auteurs proposent une modélisation des incertitudes complètement différentes.

Dans ce mémoire de thèse, la résolution se fait par l'intermédiaire de la minimisation d'une fonction coût  $\mathbf{J}_i$  (3.36) afin de calculer le vecteur de parité ( $\mathbf{V}_i^T$ ). Cette fonction prend en compte les deux critères ( $\mathbf{J}_{1,i}$  et  $\mathbf{J}_{2,i}$ ) établis dans le paragraphe précédent à l'équation (3.35). Cette solution est basée sur l'*indice de performance mêlé* et cela amène à une solution raisonnable pour la conception robuste des résidus par l'intermédiaire d'un rapport entre les deux objectifs. Ce rapport est défini par l'équation suivante :

$$\mathbf{J}_i = \frac{\mathbf{J}_{1,i}}{\mathbf{J}_{2,i}} = \frac{\{\mathbf{V}_i^T \boldsymbol{\kappa}_i \boldsymbol{\kappa}_i^T \mathbf{V}_i\}}{\{\mathbf{V}_i^T \boldsymbol{\kappa}_{3,i} \boldsymbol{\kappa}_{3,i}^T \mathbf{V}_i\}}, \quad (3.36)$$

où, ce rapport  $J_i$  est minimisé comme nous le définissons ci-dessous :

$$\min_{\mathbf{V}_i^T} (\mathbf{J}_i) = \min_{\mathbf{V}_i^T} \left( \frac{\mathbf{J}_{1,i}}{\mathbf{J}_{2,i}} \right) = \frac{\{\mathbf{V}_i^T \boldsymbol{\kappa}_i \boldsymbol{\kappa}_i^T \mathbf{V}_i\}}{\{\mathbf{V}_i^T \boldsymbol{\kappa}_{3,i} \boldsymbol{\kappa}_{3,i}^T \mathbf{V}_i\}}. \quad (3.37)$$

La minimisation établie par l'équation (3.37) permet d'engendrer un vecteur de parité  $\mathbf{V}_i^T$  optimal. Cette minimisation a été synthétisée au travers un *faisceau de matrices*. Le développement théorique de cette dernière est proposé dans l'annexe C. Finalement, un banc de vecteurs généralisés est obtenu par la résolution d'un faisceau de matrices associées à chacune des fonctions coût établies. Ces vecteurs propres donnent lieu aux différents vecteurs

de parité  $V_i^T$  utilisés dans le calcul du résidu comme indiqué ci-dessous :

$$\forall i \in (1, 2, \dots, M) \quad \Omega_i(\mathbf{k}) = V_i^T \left[ Y(\mathbf{k}, \mathcal{W}) - H_{1,i}U(\mathbf{k}, \mathcal{W}) - H_{\Delta,i} \right], \quad (3.38)$$

où  $\Omega_i$  est le vecteur de résidus défini à l'aide de l'équation (3.29) calculé grâce au vecteur de parité établi par les équations (3.31 et 3.32) lesquelles sont résolues par le *faisceau de matrices* de l'équation (3.37) afin de détecter les défauts établis suivant des directions particulières. Nous avons résolu le problème de la détection, cependant l'isolation de défauts est à mettre en œuvre. Nous présentons par la suite comment il est possible d'atteindre cet objectif.

**Isolation de défauts.** Afin d'isoler les défauts, la méthode utilisée dans la conception du générateur de résidus  $\Omega_i(\mathbf{k})$  devient plus ou moins évidente à utiliser dans ce contexte. Nous devons d'abord faire certaines observations, par exemple que les conditions établies dans l'équation de résidu (3.30) afin de calculer le vecteur de parité sont nécessaires, mais non suffisantes pour assurer l'isolation d'un défaut. En effet, même si ces dernières sont vérifiées, les défauts apparaissant simultanément peuvent se compenser et ainsi annuler le résidu. Pour éviter cela, il est possible d'imposer aux résidus une direction particulière pour chaque défaut susceptible d'apparaître sur le système et par la suite, de répondre au problème d'isolation de défauts. Le principe est fondé sur la définition de la matrice  $\mathcal{H}_{3,i}^\xi$  de manière à la rendre spécifique à un seul type de défaut, c'est-à-dire de définir cette dernière de la manière suivante :

$$\mathcal{H}_{3,i}^\xi = \left[ H_{3,i}^{\xi,1} \dots H_{3,i}^{\xi,q} \right] ; \quad \mathcal{F}(\mathbf{k}, \mathcal{W}) = \left[ F^1(\mathbf{k}, \mathcal{W}) \dots F^q(\mathbf{k}, \mathcal{W}) \right], \quad (3.39)$$

où  $q$  est le nombre de directions particulières à isoler.

Autant de vecteurs de parité que de défauts à détecter et à isoler sont alors déterminés, chaque vecteur indiquant la direction prise par le résidu lorsqu'il est affecté par un défaut particulier. Alors chaque résidu est conçu de manière à être insensible à tous les défauts, sauf à la direction particulière du défaut à détecter.

### 3.3.3 Synthèse d'un générateur de résidus pour l'estimation de la fonction d'activation

Ce paragraphe est consacré à la synthèse d'un générateur de résidus découplé des défauts. Les résidus obtenus seront utilisés pour déterminer une fonction d'activation permettant de pondérer la contribution de chacun des modèles linéaires incertains. La génération de résidus s'inscrit également dans le cadre de l'espace de parité, sauf que les conditions sont différentes de celles énoncées dans le paragraphe précédent. Chacun de vecteurs de parité doit être calculé afin d'engendrer chacun de résidus permettant l'isolation de chacun des défauts.

Nous faisons appel au vecteur de résidus établi par l'équation (3.22) qui est réécrit de la manière suivante :

$$\Gamma_i(\mathbf{k}) = r_i(\mathbf{k}) = \mathbf{V}_i^T \left[ \mathbf{Y}(\mathbf{k}, \mathcal{W}) - \mathbf{H}_{1,i} \mathbf{U}(\mathbf{k}, \mathcal{W}) - \mathbf{H}_{\Delta,i} \right], \quad (3.40)$$

à l'aide de l'équation suivante

$$\Gamma_i(\mathbf{k}) = \mathbf{V}_i^T \mathcal{H}_{0,i}^\xi \mathcal{X}(\mathbf{k} - \mathcal{W}) + \mathbf{V}_i^T \mathcal{H}_{2,i}^\xi \mathcal{D}(\mathbf{k}, \mathcal{W}) + \mathbf{V}_i^T \mathcal{H}_{3,i}^\xi \mathcal{F}(\mathbf{k}, \mathcal{W}), \quad (3.41)$$

où  $\Gamma_i$  représente un vecteur du résidu insensible aux défauts.

Pour atteindre l'objectif désiré, il faut que :

1. un vecteur de résidus  $\Gamma_i \in \mathfrak{R}^1$  soit établi ;
2. le vecteur de résidus soit sensible aux incertitudes de modèle.
3. le vecteur de résidus engendré soit insensible à tous les défauts existants.

Ces contraintes permettent de définir une nouvelle formulation des résidus sous la forme :

$$\Gamma_i(\mathbf{k}) = \mathbf{V}_i^T \mathcal{H}_{0,i} \mathcal{X}(\mathbf{k} - \mathcal{W}) + \mathbf{V}_i^T \mathcal{H}_{3,i} \mathcal{F}(\mathbf{k}, \mathcal{W}) + \mathbf{V}_i^T \mathcal{H}_{2,i} \mathcal{D}(\mathbf{k}, \mathcal{W}), \quad (3.42)$$

où  $\mathcal{H}_{0,i}$ ,  $\mathcal{H}_{2,i}$  et  $\mathcal{H}_{3,i}$  ont été définis précédemment à l'équation (3.32). Afin d'engendrer le vecteur de résidus, il est nécessaire de calculer un vecteur de parité ( $\mathbf{V}_i^T$ ). Ainsi, dans le but d'engendrer des résidus conformément aux objectifs souhaités, les conditions suivantes doivent être réalisées :

$$\mathbf{V}_i^T \cdot \mathcal{H}_{4,i} = \mathbf{0}, \quad \mathbf{V}_i^T \cdot \mathcal{H}_{2,i} \neq \mathbf{0}. \quad (3.43)$$

Ces deux conditions doivent être résolues, en minimisant les effets de l'état et les défauts représentés par  $\mathcal{H}_{4,i} = \begin{bmatrix} \mathcal{H}_{0,i} & \mathcal{H}_{3,i} \end{bmatrix}$  et en maximisant les effets des incertitudes de modèles représentés par  $\mathcal{H}_{2,i}$ , ce qui se traduit par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \min \mathbf{J}_{3,i} = \min \{ \|\mathbf{V}_i^T \cdot \mathcal{H}_{4,i}\|^2 \} \\ \quad \quad \quad = \min \{ (\mathbf{V}_i^T \mathcal{H}_{4,i} \mathcal{H}_{4,i}^T \mathbf{V}_i) \} \quad \text{avec } \mathbf{V}_i^T \mathbf{V}_i = \mathbf{1}, \\ \max \mathbf{J}_{4,i} = \max \{ \|\mathbf{V}_i^T \cdot \mathcal{H}_{2,i}\|^2 \} \\ \quad \quad \quad = \max \{ (\mathbf{V}_i^T \mathcal{H}_{2,i} \mathcal{H}_{2,i}^T \mathbf{V}_i) \} \quad \text{avec } \mathbf{V}_i^T \mathbf{V}_i = \mathbf{1}, \end{array} \right. \quad (3.44)$$

où les deux critères  $\mathbf{J}_{3,i}$  et  $\mathbf{J}_{4,i}$  sont utilisés afin de calculer le vecteur de parité nécessaire pour la génération de résidus. La résolution est effectuée par la méthode multi-critères déjà mentionnée dans le paragraphe précédent. Ainsi, une optimisation de la fonction coût  $\mathbf{J}_i$ , est effectuée afin de calculer le vecteur de parité de la manière suivante :

$$\mathbf{J}_i = \frac{J_{3,i}}{J_{4,i}} = \frac{\left\{ \mathbf{V}_i^T \mathcal{H}_{4,i} \mathcal{H}_{4,i}^T \mathbf{V}_i \right\}}{\left\{ \mathbf{V}_i^T \mathcal{H}_{2,i} \mathcal{H}_{2,i}^T \mathbf{V}_i \right\}}. \quad (3.45)$$

La valeur minimum de la fonction ( $\mathbf{J}_i$ ) en fonction du vecteur de parité ( $\mathbf{V}_i^T$ ) est calculée par :

$$\min_{\mathbf{V}_i^T}(\mathbf{J}_i) = \min_{\mathbf{V}_i^T} \frac{J_{3,i}}{J_{4,i}} = \frac{\left\{ \mathbf{V}_i^T \mathcal{H}_{4,i} \mathcal{H}_{4,i}^T \mathbf{V}_i \right\}}{\left\{ \mathbf{V}_i^T \mathcal{H}_{2,i} \mathcal{H}_{2,i}^T \mathbf{V}_i \right\}}. \quad (3.46)$$

Ceci mène à une solution optimale pour la conception d'un résidu découplé des défauts où le vecteur de parité est déterminé selon l'*indice de performance mêlé*. Le résidu  $\Gamma_i$  obtenu permettra de contribuer à l'estimation de la fonction d'activation et se calcule de la manière suivante :

$$\forall i \in (1, 2, \dots, M), \quad \Gamma_i(\mathbf{k}) = \mathbf{V}_i^T \left[ \mathbf{Y}(\mathbf{k}, \mathcal{W}) - \mathbf{H}_{1,i} \mathbf{U}(\mathbf{k}, \mathcal{W}) - \mathbf{H}_{\Delta,i} \right]. \quad (3.47)$$

### 3.3.4 Estimation de la fonction d'activation

La détermination de la contribution de chacun des modèles linéaires vis-à-vis des incertitudes de modèle bornées en la présence ou l'absence de défauts est essentielle afin de déterminer le comportement dynamique du système. Dans cet objectif, nous cherchons à déterminer une fonction d'activation dépendante de chacun des résidus capable de pondérer l'apport de chacun des modèles linéaires incertains.

L'estimation de la fonction d'activation est basée sur les résidus engendrés à l'instant donné pour chacun des modèles linéaires incertains bornés. Ainsi, cette estimation est valide dans la zone utilisant les bornes d'incertitudes associées à chaque modèle linéaire.

Le résidu  $\Gamma_i$ , établi par le  $i^{\text{ème}}$  espace de parité, insensible aux défauts et aux incertitudes de modèle possède les propriétés suivantes :

$$\forall f \begin{cases} \Gamma_i(\mathbf{k}) \simeq 0 & \text{si } i = j, \\ \Gamma_i(\mathbf{k}) \neq 0 & \text{si } i \neq j. \end{cases} \quad (3.48)$$

Cette relation indique le comportement du résidu ( $\Gamma_i(\mathbf{k})$ ) en présence ou en absence de défauts. Ce résidu est très proche de zéro lorsque le  $i^{\text{ème}}$  espace de parité est proche du  $j^{\text{ème}}$  modèle représentatif du système, au contraire, ce même résidu est différent de zéro quand l' $i^{\text{ème}}$  espace de parité et le  $j^{\text{ème}}$  modèle représentatif ne sont pas semblables.

Afin d'estimer la fonction d'activation, nous posons d'abord la fonction coût  $\mathbf{J}_i$  (NARENDRA *et al.* 1995) au résidu  $\Gamma_i(\mathbf{k})$  autour du  $j^{\text{ème}}$  point d'opération :

$$J(\Gamma_i(\mathbf{k})) = \alpha (\Gamma_i(\mathbf{k}))^2 + \beta \sum_{\eta=0}^{k-1} \exp(-\lambda(k - \eta)) (\Gamma_i(\eta))^2, \quad (3.49)$$

où  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\lambda$  sont des valeurs scalaires positives.

Afin de calculer cette fonction, un compromis doit être établi entre la mesure instantanée pondérée par  $\alpha$  et la mesure à long terme pondérée par  $\beta$ . Dans cette équation,  $\lambda$  est défini comme le facteur d'oubli.

Les trois paramètres jouent un rôle important : au début de l'exploitation de ce critère, seule l'erreur de sortie  $(\mathbf{\Gamma}_i(\mathbf{k}))^2$  quadratique intervient dans l'équation, mais celle-ci va tendre vers zéro, et la somme deviendra peu à peu plus importante. En fait,  $(\mathbf{\Gamma}_i(\mathbf{k}))^2$  est une mesure instantanée tandis que la somme prend en compte les valeurs passées. Un compromis doit donc être effectué entre une mesure instantanée pondérée par  $\alpha$  et une mesure à long terme pondérée par  $\beta$ .  $\lambda$  pondère les valeurs passées. De plus, une valeur non nulle de celle-ci assure la stabilité de la somme.

Dans le but d'estimer la contribution de chaque modèle, une pondération sur l'ensemble des fonctions coût est réalisée afin de permettre le calcul du poids normalisé de chaque modèle. Cette estimation de la fonction d'activation est issue de la normalisation de la fonction coût précédente :

$$\varphi(\mathbf{J}(\mathbf{\Gamma}_i(\mathbf{k}))) = \frac{1/\mathbf{J}(\mathbf{\Gamma}_i(\mathbf{k}))}{\sum_{h=1}^M 1/\mathbf{J}(\mathbf{\Gamma}_h(\mathbf{k}))}, \quad (3.50)$$

où  $\varphi(\mathbf{J}(\mathbf{\Gamma}_i(\mathbf{k})))$  représente l'estimation de la fonction d'activation pour chacun des modèles comprise entre 0 et 1. Si  $\varphi(\mathbf{J}(\mathbf{\Gamma}_i(\mathbf{k})))$  est proche de 1, alors le  $i^{\text{ème}}$  modèle semble le plus approprié pour décrire le comportement du système. A l'inverse, si  $\varphi(\mathbf{J}(\mathbf{\Gamma}_i(\mathbf{k}))) \simeq \mathbf{0}$ , alors le  $i^{\text{ème}}$  modèle est le plus éloigné du comportement actuel du système, ceci indépendamment des défauts.

## 3.4 Exemple académique

Le diagnostic de défauts au sein des systèmes non linéaires sous une représentation multi-modèles linéaires incertains appliqué à un exemple académique est développé dans ce paragraphe. Cet exemple permet d'illustrer et de tester la méthode proposée.

### 3.4.1 Description du système étudié

Un système non linéaire discret en boucle ouverte est défini dans cette section. Ce système est constitué d'une simple entrée/multi-sorties aux dimensions suivantes :  $X \in \mathfrak{R}^4$ ,  $U \in \mathfrak{R}^1$ , et  $Y \in \mathfrak{R}^3$ . Il est décrit à l'aide du  $j^{\text{ème}}$  point de fonctionnement dépendant directement des variables d'entrée et de sorties  $(U_{PF_j}, Y_{PF_j})$ . Les données ainsi que des matrices associées à chaque point de fonctionnement, sont représentées dans le TABLEAU 3.1. Ces informations sont supposées connues.

Cet exemple de simulation est construit à l'aide de trois systèmes dynamiques en l'absence de défauts définis chacun par leur ensemble respectif de matrices linéaires. Ceux-ci sont décrits

Point de fonctionnement ( $P_j$ )	$j = 1$ $U \in [0 ; 3 [$	$j = 2$ $U \in [3 ; 6 [$	$j = 3$ $U \in [6 ; 9 [$
$Y_{P_j}$	1.12 1.75 0.9032	1.84 2.875 1.4839	3.024 4.725 2.4387
$U_{P_j}$	2	4	7
Valeurs propres de $A_j$	$\begin{bmatrix} 0.15 \\ 0.375 \\ 0.60 \\ 0.225 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.15 \\ 0.375 \\ 0.60 \\ 0.225 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.15 \\ 0.375 \\ 0.60 \\ 0.225 \end{bmatrix}$
Valeurs de $B_j$ et $D_j$	$\begin{bmatrix} 0.70 \\ 0.70 \\ 0.70 \\ 0.70 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.50 \\ 0.50 \\ 0.50 \\ 0.50 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.90 \\ 0.90 \\ 0.90 \\ 0.90 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
Valeurs de $C_j$	$\begin{bmatrix} 0 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0.2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0.6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.6 \end{bmatrix}$
Valeurs de $\Delta_{X_j}$ et $\Delta_{Y_j}$	$\begin{bmatrix} 0.7 \\ 0.7 \\ 0.7 \\ 0.7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.56 \\ 0.875 \\ 0.456 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.85 \\ 0.85 \\ 0.85 \\ 0.85 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.420 \\ 2.30 \\ 1.1871 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -4.41 \\ -4.41 \\ -4.41 \\ -4.41 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.2096 \\ 1.89 \\ 0.9755 \end{bmatrix}$
Valeurs de $F_{X_j}$ et $F_{Y_j}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

TAB. 3.1: Définition des données autour de différents points de fonctionnement.

par :

$$S_j = \begin{bmatrix} A_j & B_j & \Delta_{X_j} \\ C_j & D_j & \Delta_{Y_j} \end{bmatrix}, \quad \forall j = [1, 2, 3], \quad (3.51)$$

où  $S_j$  représente chacun des ensembles de matrices, où chacun de ces ensembles sont valides par rapport à un intervalle de l'entrée  $U$  (cf. TABLEAU 3.1).

Une fonction d'activation nommée  $\mu_j(U)$  est conçue par l'intermédiaire de trois intervalles en fonction de l'entrée. Le comportement dynamique de cette fonction est illustrée à la FIG.3.3. Les fonctions d'activation  $\mu_j(U)$  et l'ensemble des matrices  $S_j$  conduisent à la conception de la dynamique d'un système non linéaire par rapport à des intervalles de valeurs de l'entrée (commande). Cette description est définie conformément à nos hypothèses de travail, la dynamique du système est définie par l'ensemble convexe suivant :



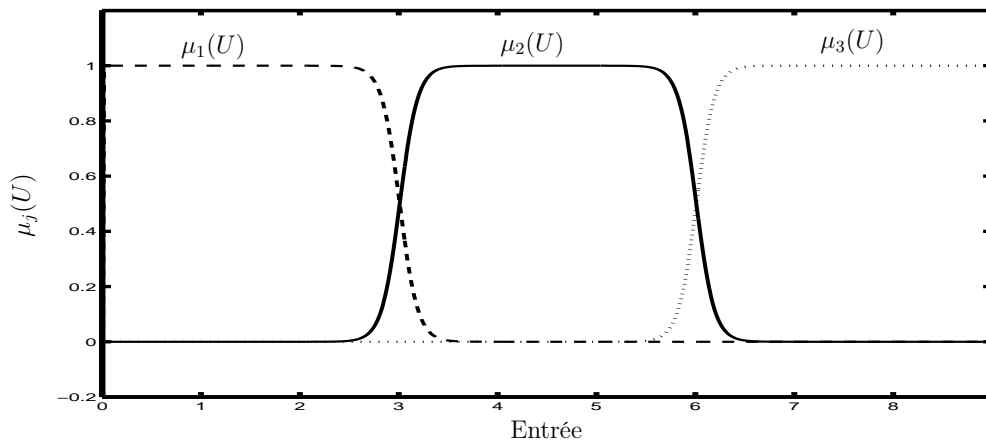


FIG. 3.3: L'évolution du  $\mu_j$  en fonction de l'entrée  $U$ .

$$S_{NL}(k) := \left\{ \sum_{j=1}^3 \mu_j(U(k)) S_j : \mu_j(U(k)) \geq 0, \sum_{j=1}^3 \mu_j(U(k)) = 1 \right\}, \quad (3.52)$$

où  $S_{NL}(k)$  représente la dynamique du système non linéaire à étudier.

Le nouvel ensemble de matrices est établi par :

$$S_{NL} = \begin{bmatrix} A_{NL} & B_{NL} & \Delta_{X_{NL}} \\ C_{NL} & D_{NL} & \Delta_{Y_{NL}} \end{bmatrix}, \quad \forall j = [1, 2, 3], \quad (3.53)$$

Ainsi, à chaque instant, le système étudié est décrit par la représentation de l'équation d'espace-état suivante :

$$\begin{cases} X(k+1) = A_{NL}(k)X(k) + B_{NL}(k)U(k) + \Delta_{X_{NL}}(k), \\ Y(k) = C_{NL}(k)X(k) + D_{NL}(k)U(k) + \Delta_{Y_{NL}}(k), \end{cases} \quad (3.54)$$

où  $A_{NL}$ ,  $B_{NL}$ ,  $C_{NL}$  et  $D_{NL}$ , ainsi que  $\Delta_{X_{NL}}$  et  $\Delta_{Y_{NL}}$  sont des matrices, des vecteurs de dimensions appropriées variants dans le temps. Ces nouvelles matrices sont définies à chaque instant selon  $S_{NL}(k)$  sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}
 A_{NL}(k) &= \sum_{j=1}^M \mu_j(U) A_j^*(k), & B_{NL}(k) &= \sum_{j=1}^M \mu_j(U) B_j^*(k), \\
 A_j^*(k) &= A_j(1 + \psi_j \sin(\varpi_j k)), & B_j^*(k) &= B_j(1 + \psi_j \sin(\varpi_j k)), \\
 C_{NL}(k) &= \sum_{j=1}^M \mu_j(U) C_j^*(k), & D_{NL}(k) &= \sum_{j=1}^M \mu_j(U) D_j^*(k), \\
 C_j^*(k) &= C_j(1 + \psi_j \sin(\varpi_j k)), & D_j^*(k) &= D_j(1 + \psi_j \sin(\varpi_j k)), \\
 \Delta_{X_{NL}}(k) &= \sum_{j=1}^M \mu_j(U) \Delta_{X_j}^*(k); & \Delta_{Y_{NL}}(k) &= \sum_{j=1}^M \mu_j(U) \Delta_{Y_j}^*(k). \\
 \Delta_{X_j}^*(k) &= \Delta_{X_j}(1 + \psi_j \sin(\varpi_j k)), & \Delta_{Y_j}^*(k) &= \Delta_{Y_j}(1 + \psi_j \sin(\varpi_j k)),
 \end{aligned} \tag{3.55}$$

où les matrices  $A_j^*$ ,  $B_j^*$ ,  $C_j^*$  et  $D_j^*$ , ainsi que les vecteurs  $\Delta_{X_j}^*$  et  $\Delta_{Y_j}^*$  sont de dimensions appropriées, définies à l'aide d'un scalaire constant  $\psi_j$  et d'une fonction trigonométrique  $\sin(\varpi_j)$  où  $\varpi_j$  représente un scalaire à valeur constante.

La figure 3.4 illustre le comportement statique du système non linéaire (3.54) par l'intermédiaire de la courbe entrée/sorties (U,Y) en l'absence de défauts.

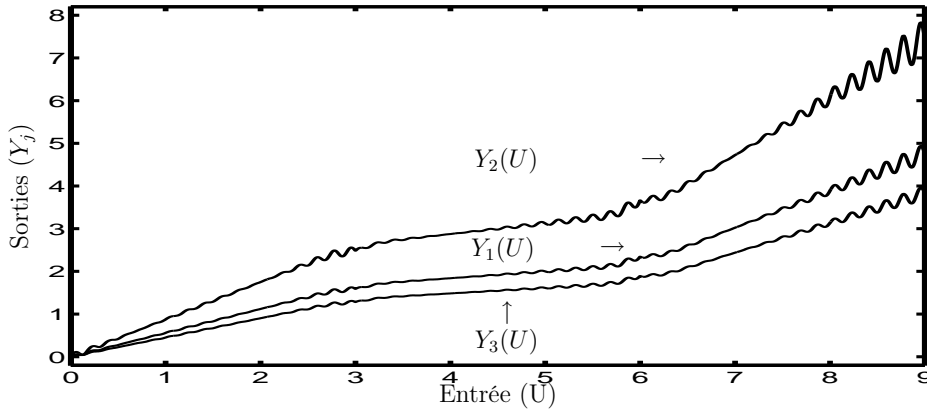


FIG. 3.4: Courbe statique entrée/sorties du système non linéaire.

L'évolution temporelle de la commande et les sorties en l'absence de défauts sont représentées à la FIG. 3.5. Il est à noter que le gain du processus est différent en fonction des valeurs prises par la commande conformément à la description des points de fonctionnement.

Cet exemple de simulation est développé en présence de défauts multiples de type capteur ( $f \in \mathbb{R}^2$ ). Afin d'illustrer nos travaux, nous considérons les deux défauts suivants :

- sur le premier capteur à l'instant  $k_d = 100$ , un biais d'amplitude constante égale à 8 est appliqué ;
- sur le second capteur à l'instant  $k_d = 500$  un biais d'amplitude constante 5 est appliqué.

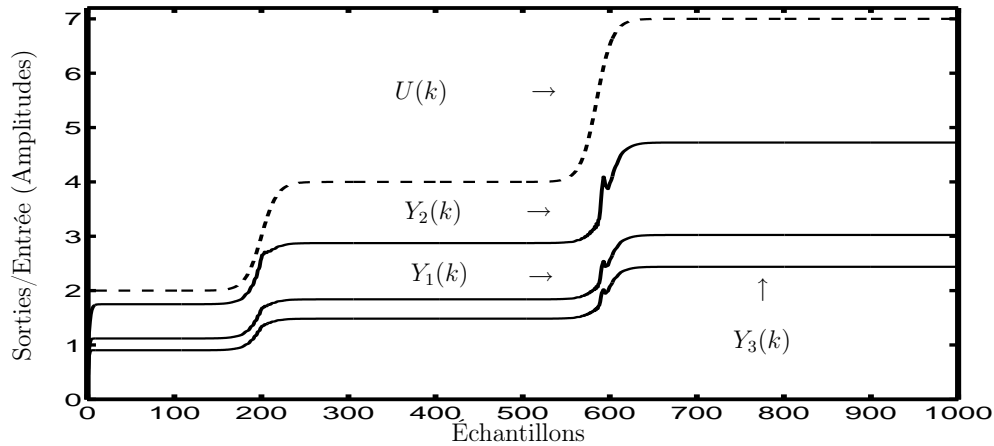


FIG. 3.5: Comportement temporel de l'entrée et des sorties du système.

Ces deux défauts sont définis dans l'équation (3.54) par  $F_{Y_{NL}}$  dont cette matrice de distribution est déterminée à l'aide de la matrice de distribution  $F_{Y_j} = [1 \ 0 \ 0, \ 0 \ 1 \ 0]^T$  valide autour du  $j^{\text{ème}}$  point de fonctionnement comme précisé dans le TABLEAU 3.1.

Finalement, la FIG. 3.6, illustre la présence de deux défauts avec leurs instants d'apparition et leurs amplitudes, ainsi que l'évolution de l'entrée (commande)  $U$  qui prend trois valeurs stables, chacune correspondant à l'un des trois modèles décrits.

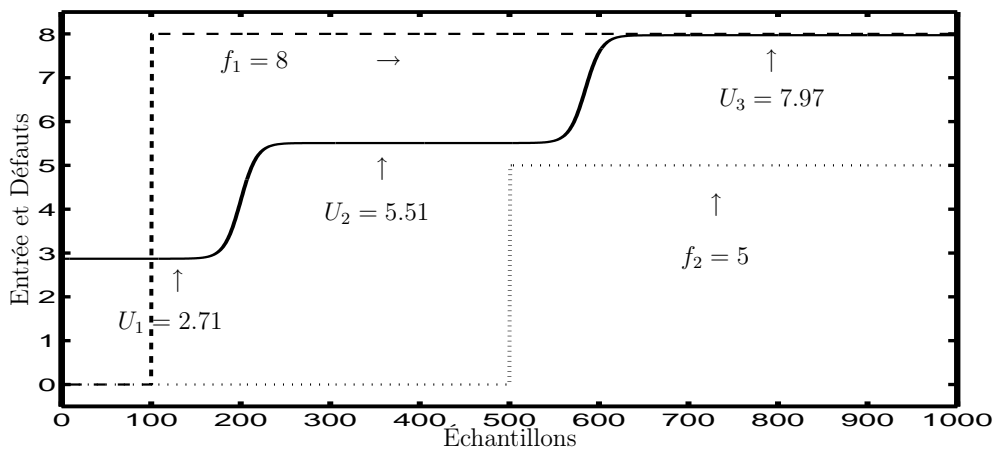


FIG. 3.6: Le comportement de l'entrée  $U$ , ainsi que les défauts  $f_1$  et  $f_2$ .

### 3.4.2 Représentation des modèles multiples vis-à-vis des incertitudes de modèle

Dans ce paragraphe nous présentons la modélisation du système non linéaire définie à l'équation (3.54). La représentation est basée sur un ensemble de modèles linéaires incertains. Les incertitudes de modèle sont supposées bornées. Dans un premier temps, trois points de fonctionnement ( $j \in [1, 2, 3]$ ) sont considérés conformément aux valeurs décrites dans le

TABLEAU 3.1. Un ensemble de modèles linéaires multiples (3.51) est spécifié à l'aide de ces points de fonctionnement. Les trois modèles linéaires résultants sont considérés comme les modèles nominaux.

Les caractéristiques statiques (entrée/sorties) de l'ensemble des modèles linéaires (nominaux) sont illustrées à la FIG. 3.7.

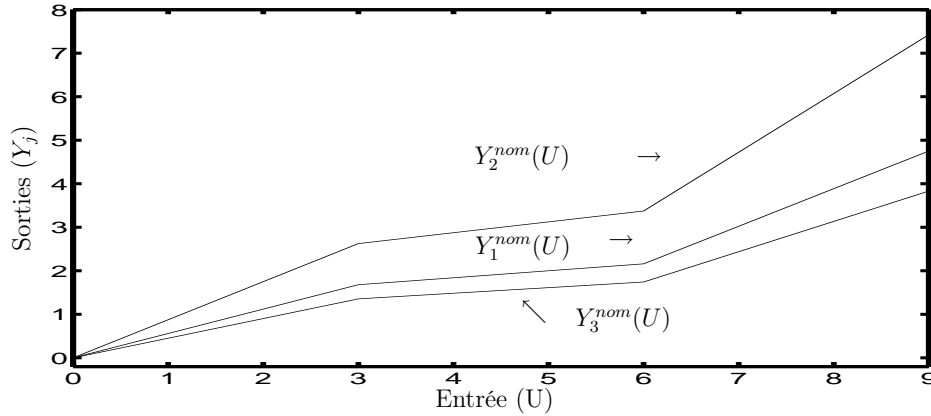


FIG. 3.7: Ensemble de modèles linéaires nominaux multiples interpolés.

Dans un deuxième temps, les erreurs de modèles bornées sont définies comme dans le paragraphe (3.2). Ces incertitudes sont établies par l'intermédiaire de l'ensemble de matrices (cf. équation 3.6) comme limite inférieure et un autre ensemble (cf. équation 3.8) représentant la limite supérieure. Ces équations sont réécrites pour cet exemple avec les valeurs de  $\delta^{inf} = -0.1$  et de  $\delta^{sup} = 0.1$ . Les nouveaux ensembles de matrices obtenus sont :

$$S_j^{inf} = \begin{bmatrix} A_j^{inf} & B_j^{inf} & \Delta_{X_j}^{inf} \\ C_j^{inf} & D_j^{inf} & \Delta_{Y_j}^{inf} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9A_j & 0.9B_j & 0.9\Delta_{X_j} \\ 0.9C_j & 0.9D_j & 0.9\Delta_{Y_j} \end{bmatrix}, \quad \forall j = [1, 2, 3], \quad (3.56)$$

$$S_j^{sup} = \begin{bmatrix} A_j^{sup} & B_j^{sup} & \Delta_{X_j}^{sup} \\ C_j^{sup} & D_j^{sup} & \Delta_{Y_j}^{sup} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.1A_j & 1.1B_j & 1.1\Delta_{X_j} \\ 1.1C_j & 1.1D_j & 1.1\Delta_{Y_j} \end{bmatrix}, \quad \forall j = [1, 2, 3], \quad (3.57)$$

où  $S_j^{inf}$  et  $S_j^{sup}$  sont respectivement les ensembles de matrices représentant les incertitudes bornées inférieures et supérieures. Cependant, il reste l'ensemble nominal  $S_j^{nom}$ , qui est, dans ce cas, identique à l'équation (3.51).

Les ensembles de matrices (3.56, 3.57) et (3.51) sont calculés à l'aide des données décrites dans le TABLEAU 3.1. Ces ensembles de matrices modélisent les incertitudes de modèle bornées liées à l'ensemble des modèles linéaires nominaux multiples en vue d'être interpolés. Afin d'illustrer la modélisation des incertitudes de modèles bornées proposées, une courbe du gain statique entrée/sorties ( $U, Y$ ) est tracée à la FIG. 3.8.

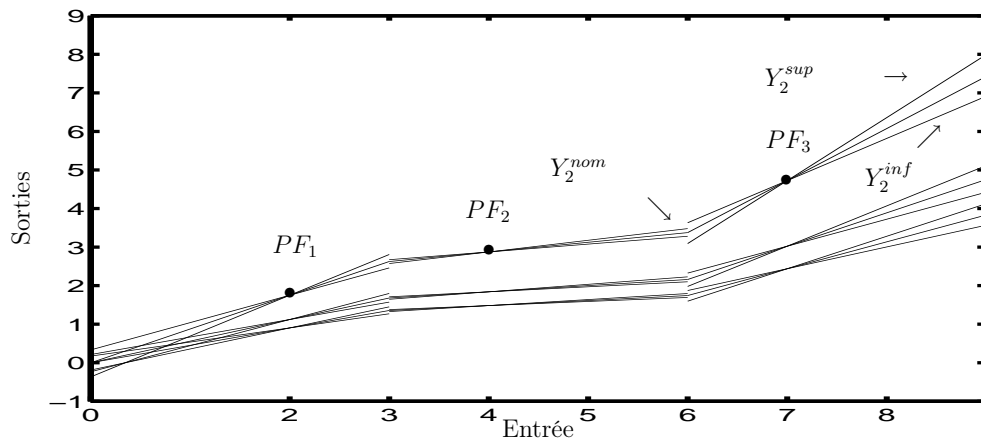


FIG. 3.8: Représentation de l'ensemble de modèles linéaires multiples vis-à-vis des incertitudes de modèle bornées.

La FIG. 3.8 illustre le comportement de l'ensemble de modèles linéaires multiples vis-à-vis des incertitudes de modèle. L'enveloppe est déterminée par rapport au modèle nominal.

Afin de mieux comprendre cette modélisation, la représentation de l'ensemble de modèles linéaires incertains ainsi décrite est comparée avec le système non linéaire décrivant le comportement du processus dans le contexte statique. Le résultat obtenu est illustré à la FIG. 3.9, où nous pouvons constater que la représentation statique multi-modèles linéaires incertains permet d'englober celle du système non linéaire.

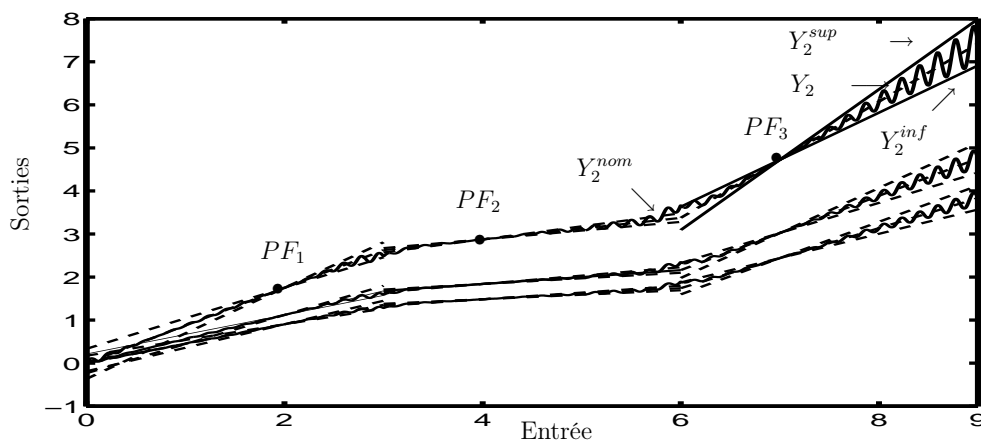


FIG. 3.9: Comportement du système : l'entrée et les sorties.

A partir de cette représentation, la méthode de génération de résidus de l'espace de parité décrite dans le paragraphe (3.3) est mise en œuvre afin de déterminer, d'une part, la détection et l'isolation de défauts, et d'autre part, l'estimation des fonctions d'activation, ce que nous proposons d'aborder dans la suite de ce mémoire.

### 3.4.3 Génération de résidus

La génération de résidus est établie en utilisant le système non linéaire (3.54). Conformément aux systèmes étudiés dans ce mémoire et aux éléments définis dans la section précédente, le système dynamique considéré est représenté par l'ensemble des modèles linéaires en présence de défauts de capteur représentés sous forme de pseudo-défauts d'actionneurs vis-à-vis des incertitudes de modèle bornées définies par  $S_j^\xi$  dans (3.11).

Pour simplifier la notation, l'ensemble des modèles linéaires vis-à-vis des incertitudes de modèle bornées  $\mathcal{S}_j^\xi$  (3.12) est utilisé pour définir le système étudié suivant la représentation multi-modèles à l'aide des ensembles de matrices  $S_j^{inf}$ ,  $S_j^{nom}$  et  $S_j^{sup}$  définis dans (3.56, 3.57 et 3.51) dans le paragraphe (3.4.1) et à l'aide du TABLEAU 3.1.

L'équation matricielle compacte regroupant les  $(\mathcal{W} + 1)$  équations de mesure  $Y(k, S)$  (3.15) avec  $\mathcal{W} = 4$  pour cet exemple est utilisée pour la définition du vecteur de résidu général décrit par  $\mathbf{r}_i(\mathbf{k})$ . Ce résidu est constitué de deux composants : un résidu robuste sensible aux défauts  $\Omega_i^q(\mathbf{k})$  et un autre insensible aux défauts  $\Gamma_i(\mathbf{k})$  que nous avons développés respectivement dans les paragraphes (3.3.2, et 3.3.3). Ces résidus sont calculés, et illustrés dans les paragraphes suivants.

#### 3.4.3.1 Générateur de résidus pour la détection et l'isolation de défauts

La détection et l'isolation de défauts sera présentée à partir de la méthode de génération de résidus de l'espace de parité déjà exposée dans le paragraphe (3.3.2).

Dans l'exemple, deux défauts de capteurs sont introduits dans le but d'être détectés et isolés. Cette méthode de détection et d'isolation de défauts utilise un vecteur de  $q$  résidu  $\Omega_i$  où  $\forall i = [1, \dots, M]$  avec dans cet exemple  $M = 3$  et  $q = 2$ .

Nous désirons engendrer deux résidus, notés respectivement  $\Omega_i^1(\mathbf{k})$  et  $\Omega_i^2(\mathbf{k})$ . Afin d'accomplir les objectifs de détection et d'isolation, deux conditions sont fixées comme écrites en (3.33, et 3.34) au paragraphe 3.3.2. Ces conditions nous permettent de poser la fonction d'optimisation (3.37) qui est résolue grâce à l'*indice de performance mêlé* par l'intermédiaire d'un *faisceau de matrices* dans le but de calculer les vecteurs de parité.

#### 3.4.3.2 Estimation de la fonction d'activation : solution développée

Un banc de résidus  $\Gamma_i(\mathbf{k}) \in \mathbb{R}^1$  avec  $i = [1, \dots, M]$  où  $M = 3$  doit être conçu selon l'équation (3.42) décrite dans le paragraphe (3.3.3). Afin d'engendrer ces résidus découplés de défauts et sensibles aux erreurs de modèles, deux conditions sont établies de la même manière que (3.43). Ces conditions sont résolues par l'intermédiaire de la fonction multi-critère (3.46) au travers d'un *faisceau de matrices*. Ce dernier est utilisé pour calculer les vecteurs de parité  $\mathbf{V}_i^T$  associés à chacun des modèles. Ces vecteurs de parité permettent la détermination des trois vecteurs de résidus  $\Gamma_i(\mathbf{k})$  (cf. 3.47).

Ces résidus sont évalués par une fonction coût  $J(\Gamma_i(\mathbf{k}))$  définie à l'équation (3.49), dans l'objectif de déterminer la contribution de chaque modèle via la fonction d'activation  $\varphi(\mathbf{J}(\Gamma_i(\mathbf{k})))$ , décrite en (3.50).

Afin de mieux connaître le comportement de chacun des résidus, nous illustrons dans la FIG. 3.10b, les trois résidus  $\Gamma_1(\mathbf{k})$ ,  $\Gamma_2(\mathbf{k})$  et  $\Gamma_3(\mathbf{k})$ , où nous pouvons constater que malgré la présence de défauts, les résidus obtenus selon leur zone de validité restent proches de zéro. Par conséquent, la contribution de chacun des modèles incertains, est calculée par l'intermédiaire de la fonction d'activation robuste du modèle  $\varphi(\mathbf{J}(\Gamma_i(\mathbf{k})))$  présentée dans la FIG. 3.10c. L'approche développée au sein des modèles multiples est opérationnelle avec les nouveaux espaces de parité robustes découplés de défauts vis-à-vis des incertitudes de modèle bornées.

Les résultats obtenus concernant les résidus et la fonction d'activation présentés dans la FIG. 3.10, montrent que l'estimation des fonctions d'activation (FIG. 3.10c) est valable conformément à l'évolution des fonctions d'activation (FIG. 3.10a), malgré la présence de deux défauts.

**Estimation de défauts** Dans le but, de réaliser l'estimation de défauts une méthode simple sans démonstration est définie permettant d'effectuer cette tâche. Ainsi, une logique élémentaire, à l'aide de la fonction d'activation  $\varphi(\mathbf{J}(\Gamma_i(\mathbf{k})))$ , et des résidus sensibles à la  $q^{\text{ème}}$  direction particulière de défauts  $\Omega_i(\mathbf{k})$  est proposée.

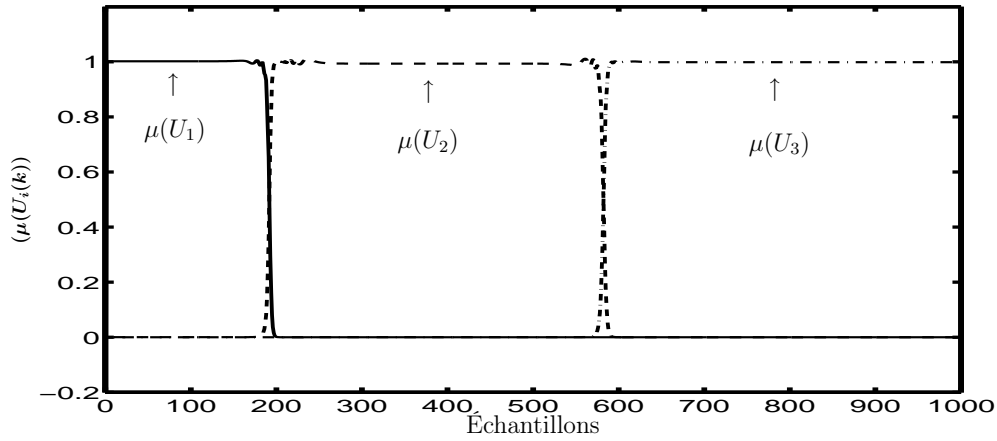
Cette méthode est basée par la combinaison entre le  $q^{\text{ème}}$  résidu  $\Omega_i(\mathbf{k})$  et le mode de normalisation  $\varphi(\mathbf{J}(\Gamma_i(\mathbf{k})))$  représentée sous la forme suivante :

$$\forall \zeta \in (1, 2) \quad \Omega_G^\zeta(\mathbf{k}) = \sum_{i=1}^M \varphi(\mathbf{J}(\Gamma_i(\mathbf{k}))) \Omega_i(\mathbf{k}), \quad (3.58)$$

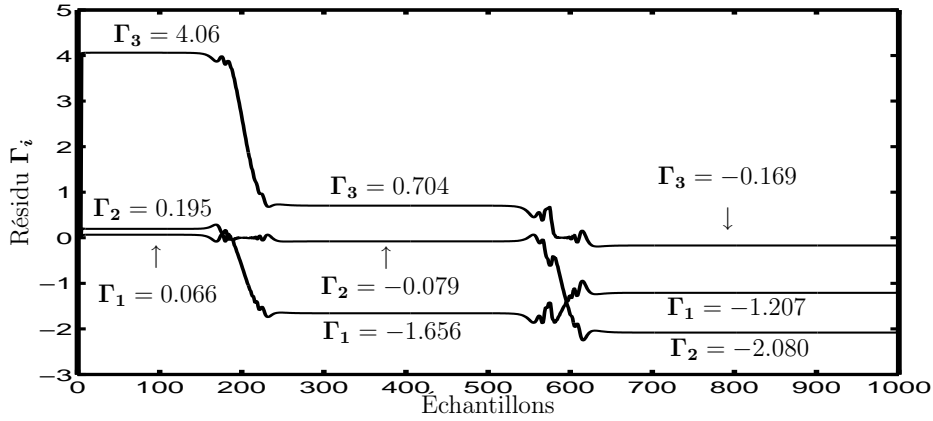
où  $\Omega_G^\zeta$  est le vecteur d'interpolation fournissant l'information globale des défauts sur toute la plage de fonctionnement. Ces deux résidus généraux robustes et sensibles à un défaut particulier résultants (cf. équation 3.58), notés  $\Omega_G^1(\mathbf{k})$  et  $\Omega_G^2(\mathbf{k})$  sont engendrés afin d'illustrer la détection, l'isolation et l'estimation de chacun des défauts.

Dans ce contexte, nous décrivons dans la FIG. 3.11, les vecteurs de résidus  $\Omega_G^1(\mathbf{k})$  et  $\Omega_G^2(\mathbf{k})$ . Cette figure représente la détection des défauts, ainsi que l'isolation conforme à la présence de défauts, et permet de constater qu'il n'existe aucun retard en l'instant de détection.

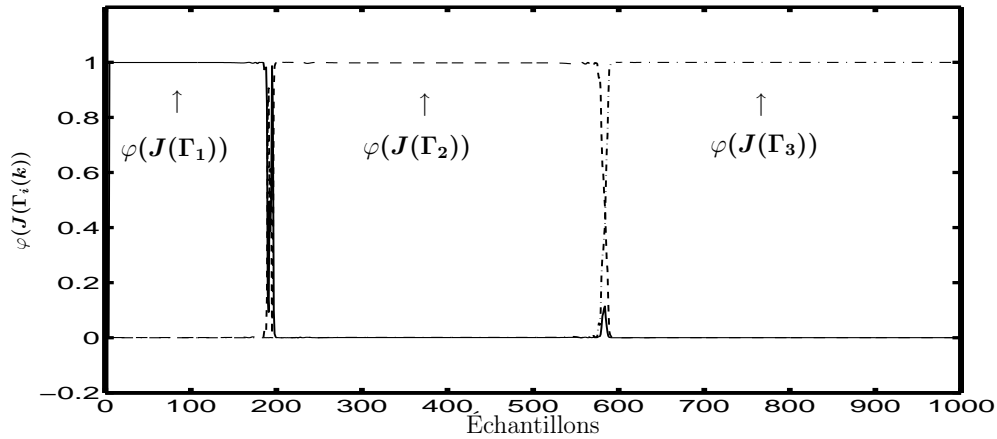
Dans cette même figure, une dégradation concernant la performance de l'estimation des défauts (valeurs inexactes), sur toute la plage de fonctionnement est constatée par la comparaison des estimations par rapport aux valeurs réelles de défauts. Ce problème d'estimation de défauts est dû à l'utilisation d'une méthode de découplage approximative, problème qui fera l'objet de futures et nouvelles recherches.



(a) Fonction d'activation  $\mu(U_i(k)) \in \mathfrak{R}^1$ .



(b) Le comportement des résidus  $\Gamma_i(k) \in \mathfrak{R}^1$  selon les points de fonctionnement.



(c) Fonction d'activation  $\varphi(J(\Gamma_i(k))) \in \mathfrak{R}^1$  estimée.

FIG. 3.10: Résidus de chacun des modèles  $\Gamma_i(k)$  et la fonction d'activation  $\varphi(J(\Gamma_i(k)))$ , vis-à-vis des incertitudes de modèle bornées.

### 3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, une solution au problème du diagnostic de défauts des systèmes multi-modèles linéaires en tenant compte des incertitudes de modèle bornées a été proposée. Elle



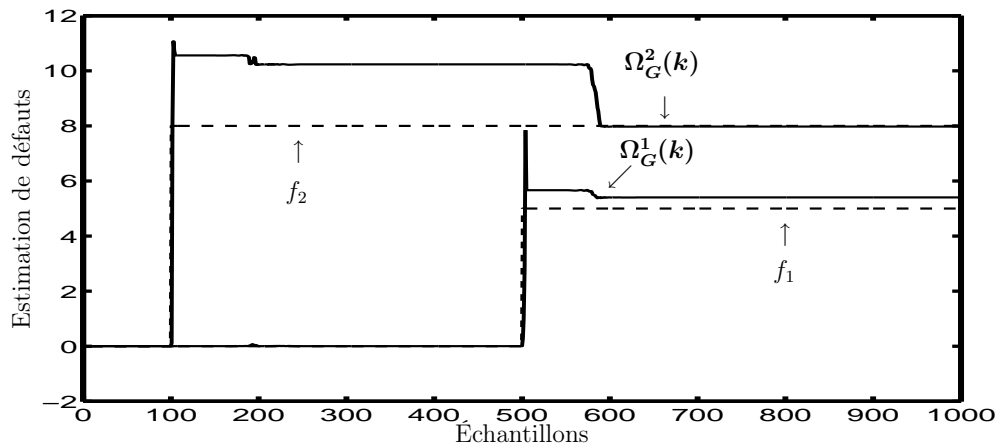


FIG. 3.11: Vecteur de détection, d'isolation et d'estimation de défauts  $\Omega_G^{\zeta}(k)$

intègre également le calcul des fonctions de pondération en l'absence d'une connaissance exacte du point de fonctionnement, que ce soit en présence ou en l'absence de défauts. La méthode proposée dans ce contexte est capable de découpler les effets des défauts, tout en étant robuste aux incertitudes de modèle et ceci afin d'engendrer un banc de résidus robustes. Cette nouvelle méthode se fonde sur la synthèse d'un banc d'espaces de parité robuste et découplé des défauts. Les résidus sont obtenus au travers de la minimisation d'un critère de performance mêlé faisant appel à la décomposition en valeurs propres d'un *faisceau de matrices*. Ceci permet de générer des résidus conduisant à la détection et l'isolation de défauts multiples, ainsi qu'à l'estimation des fonctions d'activation.

L'illustration de l'algorithme proposé au travers d'un exemple de simulation multi-variables a permis de valider les performances de la méthode. En particulier, nous avons pu constater que la fonction d'activation est correctement estimée, même en présence de défauts et d'incertitudes de modèle. De plus, les résidus obtenus ont permis de détecter et d'isoler les défauts. Cependant, concernant l'amplitude des défauts, les résultats obtenus illustrent que cette dernière n'est pas bien estimée.



# Conclusion générale et perspectives

Ce mémoire de thèse est consacré à la synthèse de méthodes de détection, d'isolation et d'estimation de défauts, ainsi qu'à l'estimation de fonctions d'activation de systèmes décrits par des multi-modèles linéaires interpolés en se fondant d'une part sur des modèles exacts et d'autre part sur des modèles incertains.

Le premier chapitre de ce manuscrit est une synthèse bibliographique sur les méthodes multi-modèles au sein de systèmes linéaires et non linéaires, exploitées généralement dans le domaine de la modélisation, de la commande et du diagnostic. Dans un premier temps, nous avons présenté une description succincte des méthodes de modèles multiples de systèmes linéaires consacrées au diagnostic : estimation de modèles multiples adaptatifs (MMAE) et de l'interaction des modèles multiples (IMM). Ces méthodes font appel à un banc de filtres d'estimation ainsi qu'à des techniques probabilistes pour la commutation ou le choix du modèle représentatif du système en défaut. Ensuite, les méthodes multi-modèles interpolés (méthodes analytiques) sont passées en revue. Une étude consacrée aux modèles multiples mêlés, aux modèles multiples par morceaux, aux combinaisons convexes de modèles linéaires, ... est réalisée afin de comprendre leurs comportements. Dans ce contexte, la fonction de commutation ou d'activation est répertoriée comme la composante la plus essentielle au sein des méthodes étudiées. Enfin, ce chapitre s'achève par le positionnement de ce travail par rapport aux techniques multi-modèles existantes, et par la description des différentes contributions, basées sur les hypothèses suivantes :

- Le diagnostic est effectué pour un système pouvant être non linéaire, linéaire par morceaux, hybride, etc.
- Les systèmes sont décrits par des multi-modèles linéaires interpolés exacts ou incertains.
- Un double objectif simultané est recherché : le diagnostic de défauts et l'estimation d'une fonction d'activation en présence ou en l'absence de défauts.

Le second chapitre est consacré à la mise en œuvre d'une approche multi-modèles linéaires interpolés à base de modèles exacts. Dans une première étape, les méthodes traditionnelles à base de filtres de Kalman et de méthodes d'évaluation comme le test du rapport de vraisemblance généralisé (TRVG) ont permis de poser le dilemme de la génération de résidus corrompue par deux informations : le point de fonctionnement et le défaut. Fort de ce constat, selon lequel les méthodes d'évaluation de résidus ne peuvent pas donner un résultat perti-

ment, nous avons alors proposé la synthèse d'une technique de génération de résidus plus appropriée; celle-ci est basée sur un banc de filtres découplés des défauts. Dans ce cas, le choix du modèle repose sur l'utilisation d'un vecteur de résidus insensibles aux défauts, ce qui signifie que les matrices de distribution des erreurs de modélisation doivent être totalement différentes de la matrice de distribution des défauts pour pouvoir différencier les deux types d'effets. A partir des résidus obtenus, un sélecteur de modèle est conçu. Une simulation d'un exemple académique a démontré les avantages de la méthode développée tout en soulignant ses limites.

Le troisième chapitre du mémoire reprend les mêmes objectifs que ceux du chapitre précédent mais en tenant compte cette fois de la présence des incertitudes paramétriques car celles-ci peuvent compromettre le diagnostic de défauts en terme de fausses alarmes et de non détections. Nous avons commencé par développer une représentation du système non linéaire autour d'un point de fonctionnement et/ou entre les différents points de fonctionnement lors du passage d'un modèle à l'autre en considérant un système décrit par un ensemble de modèles linéaires avec des incertitudes bornées. Celles-ci sont modélisées par rapport à une enveloppe bornée permettant de rendre robuste le générateur de résidus à la possible présence des erreurs de modèle, dans le cadre de transition d'un modèle à l'autre. Ensuite, l'approche proposée est conçue à l'aide d'un banc de générateurs de résidus robustes et découplés des défauts en utilisant les équations de parité. Le banc de vecteurs de résidus est obtenu en utilisant un *indice de performance mêlé* afin de résoudre les relations de parité permettant le calcul de deux vecteurs de résidus. Le premier vecteur, sensible aux défauts et insensible aux incertitudes, permet de détecter et d'isoler les défauts, tandis que le second vecteur de résidus est insensible aux défauts et sensible aux incertitudes pour déterminer le modèle actif. Par ailleurs, l'estimation de la contribution de chaque modèle se fonde sur les travaux de (NARENDRA *et al.* 1995) exploités dans la synthèse de lois de commande. Cette dernière repose sur l'obtention d'une valeur minimum d'une fonction coût se fondant sur le vecteur des résidus insensibles aux défauts. Les résultats obtenus sont normalisés afin d'obtenir une estimation de la contribution de chaque modèle à un instant donné. Finalement, un exemple en simulation muni d'incertitudes de modèles vis-à-vis d'un ensemble de modèles multiples est considéré sous la présence de défauts. Les résultats obtenus illustrent les performances et l'apport de la méthode proposée.

Tout au long de ce mémoire nous nous sommes principalement consacrés au diagnostic de défauts et au calcul de la fonction d'activation. Cependant, il nous semble très intéressant d'explorer certains aspects donnant lieu à d'éventuelles perspectives de recherche :

- La stabilité locale du filtre découplant a déjà été montrée par (KELLER 1999). Au contraire la stabilité globale des multi-modèles interpolés n'a pas été étudiée dans ce mémoire. Par conséquent, une perspective intéressante serait de mener une étude de stabilité qui est, par

ailleurs, en début de réalisation et a déjà donné lieu à une publication (ADAM-MEDINA *et al.* 2003b).

- La détection et l'isolation de défauts durant la transition d'un modèle linéaire à l'autre ont été abordées dans le cadre de l'approche vis-à-vis des incertitudes des modèles. Cependant, cette approche peut être améliorée par le développement d'une meilleure représentation des incertitudes.
- Dans le cas de l'approche utilisant l'espace de parité, l'estimation de l'amplitude des défauts doit être effectuée pour garantir une bonne performance de la méthode dans le cadre d'une commande tolérante aux défauts (reconfiguration). Dans ce contexte, une perspective à court terme est à envisager puisque la représentation multi-modèles interpolés procure une méthode permettant le développement des techniques multi-contrôleur (THEILLIOL *et al.* 2003).
- Le diagnostic de défauts sous l'hypothèse de multi-modèles linéaires a été effectué sur des matrices du même rang, cependant il nous semble intéressant de réaliser une interpolation de matrices de rangs différents lors d'un passage brutal comme un travail de recherche intéressant à développer. Par exemple dans le cadre du diagnostic de défauts au sein des systèmes hybrides où la fonction d'interpolation est non dérivable.

De plus, pour évaluer les performances des approches développées dans ce mémoire, il nous semble intéressant et essentiel de les appliquer sur des processus réels.



# Annexe A

## Filtre de Kalman

L'objectif est de trouver la meilleure estimation de l'ensemble des variables  $x$ , définissant l'état du système compte tenu des mesures  $y$  qui sont effectuées périodiquement en présence de bruits.

Pour estimer l'état  $x$  en fonction de mesures disponibles de  $y$ , il est nécessaire de traiter ce signal de telle sorte qu'on puisse obtenir l'estimation de  $x$  qui est une fonction déterministe de  $y$ .

Le filtre de Kalman est appliqué à un système général de type stochastique pour estimer l'état  $x$ . Dans notre cas, le système est représenté sous forme discrète par l'équation linéaire stochastique suivante :

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + v(k) , \\ y(k) = Cx(k) + Du(k) + \omega(k) , \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

où  $x \in \mathfrak{R}^n$  représente le vecteur d'état,  $u \in \mathfrak{R}^p$  représente l'entrée du système,  $y \in \mathfrak{R}^m$  représente la sortie du système et  $A, B, C$  et  $D$  sont des matrices de dimensions convenables. Les variables  $\omega$  et  $\nu$  représentent respectivement les bruits d'état et de mesure. Elles sont supposées indépendantes et suivent une loi de distribution de probabilité normale.

$\omega$  et  $\nu$  vérifient les propriétés suivantes :

La probabilité

$$P(\omega) \sim \mathcal{N}(0, Q) , \quad (\text{A.2})$$

$$P(\nu) \sim \mathcal{N}(0, R) , \quad (\text{A.3})$$

l'espérance

$$E(\nu_k, \nu_j^T) = Q\delta_{kj} , \quad (\text{A.4})$$

$$E(\nu_k) = 0 , \quad (\text{A.5})$$

où  $Q_k$  est une matrice symétrique, avec

$$\delta_{kj} = 0 \text{ si } k \neq j, \quad (\text{A.6})$$

ainsi que,

$$\delta_{kj} = 1 \text{ si } k = j, \quad (\text{A.7})$$

$$E(\omega_k) = 0, \quad (\text{A.8})$$

et

$$E(\omega_k, \omega_j^T) = R_k \delta_{kj}, \quad (\text{A.9})$$

où  $R_k$  est une matrice symétrique, et finalement

$$E(\nu_k, \omega_j^T) = 0, \quad (\text{A.10})$$

$$E \begin{bmatrix} \nu_k \\ \omega_k \end{bmatrix} (x^T(k), u^T(k)). \quad (\text{A.11})$$

Afin d'estimer l'état du système, un algorithme de Kalman est proposé par la suite.

Le filtre de Kalman estime les états d'un processus et utilise le retour d'état. On peut dire que le filtre, estime les états dans le temps et il obtient le retour d'état sous la forme de mesures bruitées, on classe les équations de la forme suivante :

- les équations de mises à jour des états ;
- les équations de mises à jour des mesures.

La première est responsable de la projection en avance (en temps) de l'état actuel et de l'erreur d'estimation, pour obtenir une estimation *a priori* pour le pas de temps suivant. La deuxième incorpore des nouvelles mesures dans l'estimation *a posteriori* pour obtenir une estimation améliorée grâce à un retour d'état.

Les équations sont connues comme les équations du prédicteur et les équations de l'estimateur, que nous donnons maintenant.

$$\hat{y}(k-1) = C \times \hat{x}_e(k | k-1), \quad (\text{A.12})$$

$$r(k) = Y(k) - C \times \hat{x}_e(k | k-1), \quad (\text{A.13})$$

$$\Theta(k) = (C \times P_p(k | k-1)C^T + R)^{-1}, \quad (\text{A.14})$$

$$K(k) = P_p(k | k-1) \times C^T \times \Theta(k), \quad (\text{A.15})$$



$$\hat{x}_e(k) = \hat{x}_p(k | k - 1) + K(k) \times r(k) , \quad (\text{A.16})$$

$$P_e(k) = P_p(k | k - 1) - K(k) \times C^T \times P_p(k | k - 1) , \quad (\text{A.17})$$

$$\hat{x}_p(k | k - 1) = A \times \hat{x}_e(k) + BU(k) , \quad (\text{A.18})$$

$$P_p(k | k - 1) = A \times P_e(k) \times A^T + Q , \quad (\text{A.19})$$

où  $K$  est le gain du filtre de Kalman,  $\hat{x}_e$  est l'état estimé,  $\hat{x}_p$  est l'état prédit,  $P_e$  est la matrice de covariance de l'état estimé,  $P_p$  est la matrice de covariance de l'état prédit,  $r$  est l'erreur de sortie ou l'innovation,  $\Theta$  est la matrice de variance de l'erreur de sortie,  $A$  est la matrice d'évolution,  $B$  est la matrice d'entrée,  $C$  est la matrice de la sortie,  $R$  est la matrice de covariance en raison du bruit de sortie,  $Q$  est la matrice de covariance en raison du bruit d'état. Toutes les matrices sont de dimensions convenables.



# Annexe B

## Développement en Série de Taylor

Pour mieux comprendre la représentation des modèles utilisés tout au long de la méthode proposée dans ce travail de thèse, nous développons une linéarisation d'un système non linéaire. Au départ nous considérons la représentation d'état permettant de refléter le comportement dynamique d'un système non linéaire en fonctionnement normal. Soit le modèle non linéaire suivant :

$$\Sigma_{NL} : \begin{cases} X(k+1) = f(X(k), U(k)) , \\ Y(k) = h(X(k), U(k)) , \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

où  $X \in \mathfrak{R}^n$  est l'état,  $U \in \mathfrak{R}^p$  est l'entrée,  $Y \in \mathfrak{R}^m$  est la sortie,  $k$  représente l'instant d'échantillonnage et  $f, g$  sont des fonctions non linéaires lisses en les paramètres ou en les variables.

Cette équation peut être linéarisée autour du  $j^{\text{ème}}$  point de fonctionnement par un développement de Taylor à l'ordre 1, en supposant les ordres supérieurs négligeables, nous avons :

$$\begin{bmatrix} A_j = \frac{\partial f}{\partial X}(X_j, U_j) & B_j = \frac{\partial f}{\partial U}(X_j, U_j) & \Delta_{X_j} = f(X_j, U_j) - A_j X_j - B_j U_j \\ C_j = \frac{\partial g}{\partial X}(X_j, U_j) & D_j = \frac{\partial g}{\partial U}(X_j, U_j) & \Delta_{Y_j} = g(X_j, U_j) - C_j X_j - D_j U_j \end{bmatrix}, \quad (\text{B.2})$$

où  $\forall j \in [1, 2, \dots, M]$  avec  $M$  comme le nombre total de points de fonctionnement. Chaque point de fonctionnement  $j$  est défini par la paire de signaux d'entrée et de l'état  $(X_j, U_j)$ .

Autour du  $j^{\text{ème}}$  point de fonctionnement, le système est décrit selon la représentation discrète suivante :

$$\begin{cases} X(k+1) = A_j X(k) + B_j U(k) + \Delta_{X_j} , \\ Y(k) = C_j X(k) + D_j U(k) + \Delta_{Y_j} , \end{cases} \quad (\text{B.3})$$

Ainsi, le système linéaire résultant peut se définir avec un jeu de matrices  $S_j$  aux paramètres et à la structure à estimer

$$S_j = \begin{bmatrix} A_j & B_j & \Delta_{X_j} \\ C_j & D_j & \Delta_{Y_j} \end{bmatrix}, \quad (\text{B.4})$$

où  $A_j$ ,  $B_j$ ,  $C_j$  et  $D_j$  sont des matrices de dimensions connues et constantes.  $\Delta_{X_j}$  et  $\Delta_{Y_j}$  sont deux vecteurs constants dépendants du modèle  $j$ . Ceux-ci sont égaux à zéro ( $\Delta_{X_j} = 0$  et  $\Delta_{Y_j} = 0$ ) en présence d'un système linéaire exact.

Cependant, nous pouvons supposer que si les points de fonctionnement appartiennent à un ensemble de points d'équilibre, alors les fonctions dépendantes de  $(X, U)$  sont égales à zéro ( $f(X, U) = 0$  et  $g(X, U) = 0$ ).

Nous pouvons alors redéfinir les vecteurs constants dépendants du modèle par  $\Delta_{X_j} = -A_j X_j - B_j U_j$  et  $\Delta_{Y_j} = -C_j X_j - D_j U_j$ . Cette hypothèse permet de réécrire l'équation (B.3) comme :

$$\begin{aligned} x(k+1) &= A_j x(k) + B_j u(k), \\ y(k) &= C_j x(k) + D_j u(k), \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

avec

$$S_{V_j} = \begin{bmatrix} A_j & B_j \\ C_j & D_j \end{bmatrix}, \quad (\text{B.6})$$

où  $S_{V_j}$  représente l'ensemble des matrices correspondant au  $j^{\text{ème}}$  modèle.  $x(k) = X(k) - X_j$ ,  $y(k) = Y(k) - Y_j$  et  $u(k) = U(k) - U_j$  représentent respectivement la variation de l'état, la sortie et l'entrée.

# Annexe C

## La méthode d'optimisation multi-objectifs

**Optimisation multi-critère en minimisant un indice de performance mêlé** Cette section développe la méthode d'optimisation multi-critère. Cette dernière méthode propose l'optimisation d'une fonction coût  $J$  qui prend en compte les deux critères (min  $J_1$  et max  $J_2$ ). Aucune solution minimisant  $J$  ne peut être établie en minimisant  $J_1$  et maximisant  $J_2$  en même temps. Cependant, une réponse peut être trouvée afin d'obtenir une conception robuste de résidus, un mélange sensible des indices de performance est leur rapport (ou relation d'amplitude) (CHEN et PATTON 1999),

$$J = \frac{J_1}{J_2} = \frac{V^T \mathcal{H} \mathcal{H}^T V}{V^T \mathcal{H}_2 \mathcal{H}_2^T V}, \quad (\text{C.1})$$

par conséquent, la conception de résidu robuste est réalisable en réduisant au minimum  $J$ . Ce problème peut être résolu par l'introduction du concept nommé *faisceau de matrices*. Le *faisceau de matrices* est établi avec la définition suivante.

Définition C.1 Soit deux formes quadratiques :

$$J_1 = V^T \mathcal{H} \mathcal{H}^T V \quad \text{et} \quad J_2 = V^T \mathcal{H}_2 \mathcal{H}_2^T V .$$

Un *faisceau de matrice* régulier est défini par :

$$V^T \mathcal{H} \mathcal{H}^T V - \lambda V^T \mathcal{H}_2 \mathcal{H}_2^T V ,$$

dont le polynôme caractéristique est le suivant :

$$\det (\mathcal{H} \mathcal{H}^T - \lambda \mathcal{H}_2 \mathcal{H}_2^T) ,$$

$\lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots \leq \lambda_{(\mathcal{N}+1)m}$  sont les racines de cette équation caractéristique et correspondent aux valeurs propres généralisées du *faisceau de matrices*.

Puisque l'équation caractéristique  $(\mathcal{H}\mathcal{H}^T - \lambda_i\mathcal{H}_2\mathcal{H}_2^T)$  est singulière, il existe un vecteur de solution non trivial  $\sigma_i$  de l'équation suivante :

$$(\mathcal{H}\mathcal{H}^T - \lambda_i\mathcal{H}_2\mathcal{H}_2^T)\sigma_i = 0 ,$$

où  $\sigma_i$  est le vecteur propre généralisé du faisceau de matrice associé à la valeur propre généralisée  $\lambda_i$ .

Lemme C.1 Si  $W = [\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_{(\mathcal{W}+1)m}]$  est la matrice de vecteurs propres généralisés d'un faisceau régulier  $(V^T\mathcal{H}\mathcal{H}^T V - \lambda V^T\mathcal{H}_2\mathcal{H}_2^T V)$ , la transformation  $V = W\rho$  peut être appliquée à  $(V^T\mathcal{H}\mathcal{H}^T V)$  et  $(V^T\mathcal{H}_2\mathcal{H}_2^T V)$  simultanément pour donner (GANTMACHER 1959) :

$$J_1 = \sum_{i=1}^{(\mathcal{W}+1)m} \lambda_i \rho_i^2 , \quad J_2 = \sum_{i=1}^{(\mathcal{W}+1)m} \rho_i^2 .$$

Théorème C.1 L'indice de performance  $J$  est borné par :

$$\lambda_1 \leq J = \frac{V^T\mathcal{H}\mathcal{H}^T V}{V^T\mathcal{H}_2\mathcal{H}_2^T V} \leq \lambda_{(\mathcal{W}+1)m} ,$$

et,

$$J = \begin{cases} \lambda_1 & \text{quand } V = \sigma_1 , \\ \lambda_{(\mathcal{W}+1)m} & \text{quand } V = \sigma_{(\mathcal{W}+1)m} . \end{cases}$$

Preuve (cf. (GANTMACHER 1959), vol. I, pp. 310-314) : En utilisant les résultats donnés dans le lemme C.1, nous avons :

$$J = \frac{\lambda_1 \rho_1^2 + \lambda_2 \rho_2^2 + \dots + \lambda_{(\mathcal{W}+1)m} \rho_{(\mathcal{W}+1)m}^2}{\rho_1^2 + \rho_2^2 + \dots + \rho_{(\mathcal{W}+1)m}^2} .$$

En poursuivant cela,

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{\lambda_1 \rho_1^2 + \lambda_1 \rho_2^2 + \dots + \lambda_1 \rho_{(\mathcal{W}+1)m}^2}{\rho_1^2 + \rho_2^2 + \dots + \rho_{(\mathcal{W}+1)m}^2} \\ &\leq \frac{\lambda_1 \rho_1^2 + \lambda_2 \rho_2^2 + \dots + \lambda_{(\mathcal{W}+1)m} \rho_{(\mathcal{W}+1)m}^2}{\rho_1^2 + \rho_2^2 + \dots + \rho_{(\mathcal{W}+1)m}^2} = J , \end{aligned}$$

si, nous avons :

$$\rho = [1, 0, \dots, 0] ,$$

alors, nous pouvons définir que :

$$V = \sigma_1 , \quad J = \lambda_1 .$$

Par ailleurs, l'inégalité ( $J \leq \lambda_{(\mathcal{W}+1)\mathbf{m}}$ ) peut être prouvée de manière similaire.

De ce théorème, la solution de  $J$  donne la détermination des vecteurs et les valeurs propres généralisées du *faisceau de matrices*. Ce vecteur donne lieu au vecteur de parité nécessaire à l'obtention du résidu.





# Bibliographie

- ADAM-MEDINA, M., D. THEILLIOL et D. SAUTER (2002). Diagnostic de défauts des systèmes non linéaires décrits par des modèles linéaires interpolés. In : *Congres International Francophone d'Automatique CIFA*. Nantes, France. pp. 235–240.
- ADAM-MEDINA, M., D. THEILLIOL et D. SAUTER (2003a). Simultaneous fault diagnosis and robust model selection in multiple models frameworks. In : *5th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical process SAFEPROCESS*. Vol. 1. Washington DC, USA. pp. 693–698.
- ADAM-MEDINA, M., M. RODRIGUES, D. THEILLIOL et H. JAMOULI (2003b). Fault diagnosis in nonlinear systems through an adaptive filter under a convex set representation. In : *European Control Conference ECC*. Cambridge, UK. pp. 693–698.
- ADROT, O. (2000). Diagnostic à base de modèle incertains utilisant l'analyse par intervalles : l'approche bornante. Thèse de doctorat. Institut National Polytechnique Lorraine. Vandoeuvre-lès-Nancy, France.
- ALCORTA-GARCÍA, E. et P. M. FRANK (1997). Deterministic nonlinear observer-based approaches to fault diagnosis : a survey. *Control Engineering Practice* **5**(5), 663–670.
- ALCORTA-GARCÍA, E. et P. M. FRANK (1999). Fault detection and isolation in nonlinear systems. In : *5th European Control Conference*. number F246. Karlsruhe, Germany.
- BALLÉ, P., D. FUSSEL et O. HETECKER (1997). Detection and isolation of sensor faults on nonlinear processes based on local linear models. In : *American Control Conference ACC*. Albuquerque, USA. pp. 468–472.
- BANERJEE, A. et Y. ARKUN (1998). Model predictive control of plant transition using a new identification technique for interpolating nonlinear models. *Journal of Process Control* **8**(5), 457–467.
- BANERJEE, A., Y. ARKUN, R. PEARSON et B. OGUNNAIKE (1995).  $H_\infty$  control of nonlinear processes using multiple linear models. In : *3rd European Control Conference*. Italy. pp. 2671–2676.
- BASSEVILLE, M. (1985). Algorithme GLR de willsky (GLR), segmentation de signaux. *Traitement du signal* **9**(1), 124–127.

- BASSEVILLE, M. et A. BENVENISTE (1985). *Lecture Notes in Control and Information Sciences*. Vol. 77 of *Detection of Abrupt Changes in Signals and Dynamical Systems*. Springer-Verlag.
- BASSEVILLE, M. et I. NIKIFOROV (1993). *Detection of Abrupt Changes, Theory and Application*. Prentice Hall.
- BEREC, L. (1998). A multi-model method to fault detection and diagnosis; Bayesian solution an introductory treatise. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing* **12**, 81–92.
- BHAGWAT, A., R. SRINIVASAN et P. R. KRISHNASWAMY (2003a). Fault detection during process transitions : A model-based approach. *Chemical Engineering Sciences* **58**(2), 309–325.
- BHAGWAT, A., R. SRINIVASAN et P. R. KRISHNASWAMY (2003b). Multi-linear model-based fault detection during process transitions. *Chemical Engineering Sciences* **58**(9), 1649–1670.
- BLOM, H. A. P. et Y. BAR-SHALOM (1988). The interacting multiple model algorithm for systems with Markovian switching coefficients. *IEEE Transactions on Automatic Control* **33**(8), 780–783.
- BOUKHRIS, A., G. MOURROT et J. RAGOT (1999). Non-linear dynamics identification : a multi-model approach. *International Journals of Control* **72**(7/8), 591–604.
- CASSAR, J. P., M. STAROSWIEKI et V. COCQUEMPOT (1993). Optimal residual design for model-based fault detection and isolation : A reveiw and new results. In : *IEEE System, Man and Cybernetics conferece proceedings*. Le Tuoquet, France.
- CASSAR, J. P., R. G. LITWAK, V. COCQUEMPOT et M. STAROSWIEKI (1994). Approche structurelle de la conception de systèmes de surveillance pour des procédés industriels complexes. *Revue Diagnostic et Sûreté de Fonctionnement* **4**(2), 179–202.
- CHARBONNAUD, P., F. J. CARRILLO et S. MEDAR (2003). Robust control reconfiguration of a thermal process with multiple operating modes. *IEEE Transactions on Control Systems Technology* **11**(4), 529–538.
- CHEN, J. et R. J. PATTON (1999). *Robust Model-Based Fault Diagnosis For Dynamic Systems*. Kluwer Academic Publishers.
- CHOW, E. Y. et A. S. WILLSKY (1984). Analytical redundancy and the design of robust failure detection systems. *IEEE Transactions on Automatic Control* **29**(7), 603–613.
- DAROUACH, M. et M. ZASADZINSKI (1997). Unbiased minimum variance estimation for systems with unknown exogenous inputs. *Automatica* **33**(4), 717–719.
- DAROUACH, M., M. ZASADZINSKI et M. BOUTAYEB (2003). Extension of minimum variance estimation for systems with unknown exogenous inputs. *Automatica* **39**(5), 867–876.

- DEPERSIS, C. et A. ISIDORI (2001). A geometric approach to nonlinear fault detection. *IEEE Transactions on Automatic Control* **46**(6), 853–865.
- DIAO, Y. et K. M. PASSINO (2001). Stable fault-tolerant adaptive fuzzy/neural control for a turbine engine. *IEEE Transactions on Control Systems Technology* **9**(3), 494–509.
- DING, S. X., P. M. FRANK et T. JEINSCH (2000). A new optimisation approach to the design of fault detection filter. In : *4th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Process SAFEPROCESS*. Vol. 1. Budapest, Hongrie. pp. 250–255.
- EDELMAYER, A. (2002). Editorial special issue on FDI filters. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*.
- EIDE, P. et P. MAYBECK (1995). Implementation and demonstration of a multiple model adaptive estimation failure detection system for the F-16. In : *Proceeding Conference on Decision & Control CDC*. New Orleans, USA. pp. 1873–1878.
- EIDE, P. et P. MAYBECK (1996). An MMAE failure detection system for the F-16. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* **32**(3), 1125–1136.
- FOSS, B. A., T. A. JOHANSEN et A. V. SORENSEN (1995). Nonlinear predictive control using local models applied to a batch fermentation process. *Control Engineering Practice* **3**(3), 389–396.
- FRANK, P. M. (1990). Fault diagnosis in dynamic systems using analytical and knowledge-based redundancy a survey and some new results. *Automatica* **26**(3), 459–474.
- FRANK, P. M. et X. DING (1997). Survey of robust residual generation and evaluation methods in observed-based fault detection systems. *Journal of Process Control*, **7**(6), 403–424.
- FUENTE, M. J. et T. A. DURAN (2001). Fault tolerant control based on multiple linear model in a chemical reactor. In : *Proceedings of the European Control Conference ECC'2001*. Porto, Portugal. pp. 2239–2244.
- GANTMACHER, F. R. (1959). *The Theory of Matrices*. Vol. I & 2. Chelsea Publishing Co.. UK.
- GASSO, K. (2000). Identification des systèmes dynamiques non linéaires : approche multi-modèle. Thèse de doctorat. Institut National Polytechnique de Lorraine.
- GASSO, K., G. MOUROT et J. RAGOT (2002). Structure identification of multiple models with output error local models. In : *15th Triennial world congress IFAC*. Barcelone, Spain.
- GERTLER, J. J. (1991). Analytical redundancy methods in fault detection and isolation : survey and synthesis. In : *1th IFAC Symposium on Fault Detection Supervision and Safety for Technical Processes SAFEPROCESS*. Vol. 1. Baden Baden, Germany. pp. 9–12.

- GERTLER, J. J. (1992). An evidential reasoning extension to quantitative model-based failure diagnosis. *IEEE Transactions on System, Man and Cybernetics* **22**(2), 275–289.
- GERTLER, J. J. (1998). *Fault Detection and Diagnosis in Engineering Systems*. Marcel Dekker.
- GUSTAFSSON, F. (1996). The marginalized likelihood ratio test for detecting abrupt changes. *IEEE Transactions on Automatic Control* **41**(1), 66–78.
- HAMELIN, F. (2002). Génération de résidus robsutes pour la détection de défauts : Approche fréquentielle. Habilitation à diriger de recherche (HDR). Université Henri Poincaré, Nancy 1. Centre de Recherche en Automatique de Nancy. Vandoeuvre, France.
- HAMLON, P. D. et P. S. MAYBECK (1997). Equivalent Kalman filter bank structure for multiple model adaptative estimation (MMAE) and generalized likelihood (GLR) failure detection. In : *Proceedings of the 36th IEEE Conference on Decision & Control CDC*. San Diego, California, USA. pp. 4312–4317.
- HAMMOURI, H., M. KINNAERT et E. H. EL YAAGOUBI (2001). A geometric approach to fault detection and isolation for bilinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control* **46**(9), 1451–1455.
- HÖFLING, T. et T. PFEUFER (1994). Detection of additive and multiplicative faults - parity space vs parameter estimation. In : *2th IFAC Symposium on Fault Detection Supervision and Safety for Technical Processes SAFEPROCESS*. Vol. 2. Espoo, Finlande. pp. 539–544.
- ISERMANN, R. (1997). Supervision, fault-detection and fault-isolation methods - an introduction. *Control Engineering Practice* **5**(5), 639–652.
- IZADI-ZAMANABADI, R. et M. BLANKE (1999). A ship propulsion system as a benchmark for fault-tolerant control. *Control Engineering Practice* **7**(2), 227–239.
- JOHANSEN, T. A. et B. A. FOOS (1998). ORBIT - operating regime-based modeling and identification toolkit. *Control Engineering Practice* **6**, 1277–1286.
- JOHANSEN, T. A. et B. J. FOSS (1993). Constructing NARMAX models using ARMAX models. *International Journals of Control* **58**(5), 1125–1153.
- JOIN, C (2002). Diagnostic des systèmes non linéaires contribution aux méthodes de découplage. Thèse de doctorat. Université Henri Poincaré, Nancy 1.
- KANEV, S. et M. VERHAEGEN (2000). Controller reconfiguration for non-linear systems. *Control Engineering Practice* **8**, 1223–1235.
- KARIMI, A. et I. D. LANDAU (2000). Robust adaptive control of a flexible transmission system using multiple models. *IEEE Transactions on Control Systems Technology* **8**(2), 321–331.
- KELLER, J. (1999). Fault isolation filter design for linear stochastic system. *Automatica*, **35**, 1701–1706.

- KINNAERT, M. (1999). Robust fault detection based on observers for bilinear systems. *Automatica* **33**(11), 1829–1842.
- KINNAERT, M. (2003). Fault diagnosis based on analytical models for linear and nonlinear systems : a tutorial. In : *5th IFAC Symposium on Fault Detection Supervision and Safety for Technical Processes SAFEPROCESS*. Washington DC, USA. pp. 37–50.
- LAINIOTIS, D. (1976). Partitioning : A unifying framework for adaptive systems 1 : Estimation. In : *Proceedings IEEE*. pp. 1126–1143.
- LANDAU, I. D. (1999). From robust control to adaptive control. *Control Engineering Practice* **7**, 1113–1124.
- LAWRENCE, D. A. et W. J. RUGH (1995). Gain scheduling dynamic linear controllers for a nonlinear plant. *Automatica* **31**(13), 381–390.
- LEE, H. J., J. B. PARK et G. CHEN (2001). Robust fuzzy control of nonlinear systems with parametric uncertainties. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* **9**(2), 369–379.
- LEITH, D. et W. LEITHEAD (2000). Survey of gain-scheduling analysis and design. *International Journal of Control* **73**(11), 1001–1025.
- LEITH, D. J. et Y. LEITHEAD (1999). Analytic framework for blended multiple model systems using linear local models. *International Journal of Control* **72**(7/8), 605–619.
- LI, X. R. et Y. BAR SHALOM (1993). Performance and prediction of the interacting multiple model algorithm. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* **29**(3), 751–771.
- LI, X. R. et Y. BAR SHALOM (1994). Design of interacting multiple model algorithm for air traffic control tracking. *IEEE Transactions on Control Systems Technology* **1**(3), 186–194.
- LI, X. R. et Y. BARSHALOM (1993). Design of an interacting multiple model algorithm for air traffic control tracking. *IEEE Transactions on Control Systems Technology* **1**(3), 186–194.
- LIU, B. et J. SI (1997). Fault isolation filter design for linear time-invariant systems. *IEEE Transactions on Automatic Control* **42**(5), 704–707.
- LIU, G.P. et R. J. PATTON (1998). *Eigenstructure assignement for control system design*. John Wiley and Sons. New York, USA.
- LIU, X-F. et A. DEXTER (2001). Fault-tolerant supervisory control of VAV air-conditioning systems. *Energy and Buildings* **33**(4), 379–389.
- LOPEZ-TORIBIO, C. J. et R. J. PATTON (1999). Takagi-Sugeno fuzzy fault tolerant control for a nonlinear system. In : *Proceedings of the 38th IEEE Conference on Decision & Control CDC*. Phoenix, Arizona, USA. pp. 4368–4373.

- LOPEZ-TORIBIO, C. J., R. J. PATTON, C. BATT et J. CHEN (1999a). Fault diagnosis of the 3 tank system using fuzzy multiple inference modelling. In : *Proceeding of the European Control Conference ECC'1999*. Karlsruhe, Germany.
- LOPEZ-TORIBIO, C. J., R. J. PATTON et S. DALEY (1999b). A multiple model approach to fault tolerant control using Takagi-Sugeno fuzzy modelling : Real application to an induction motor drive system. In : *Proceeding of the European Control Conference ECC'1999*. Karlsruhe, Germany.
- LOPEZ-TORIBIO, C. J., R. J. PATTON et S. DALEY (1999c). Supervisory fault tolerant system using fuzzy multiple inference modelling. In : *Proceeding of the European Control Conference ECC'1999*. Karlsruhe, Germany.
- LOU, X., A. S. WILLSKY et G. C. VERGHESE (1986). Optimally robust redundancy relations for failure detection in uncertain systems. *Automatica* **22**(3), 333–344.
- MAQUIN, D. et J. RAGOT (2000). *Diagnostic des systèmes linéaires*. Hermès Science Europe.
- MASSOUMNIA, M. A., G. C. VERGHESE et A. S. WILLSKY (1989). Failure detection and identification. *IEEE Transactions on Automatic Control* **34**(3), 316–321.
- MAYBECK, P. (1999). Multiple model adaptative algorithms for detecting and compensating sensor and actuator/surface failure in aircraft flight control systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, **9**, 1050–1070.
- MCLOONE, S. K. et G. W. IRWIN (2001). On nonlinear modelling using velocity-based multiple model networks. In : *American Control Conference ACC*. Arlington, USA. pp. 1622–1627.
- MURRAY-SMITH, R., T. JOHANSEN et R. SHORTEN (1999). On transient dynamics, off-equilibrium behaviour and identification in blended multiple model structures. In : *Europa Control Conferences, ECC'99*. Karlsruhe, Germany.
- MURRAY-SMITH, R. et T. JOHANSEN (1997). *Multiple Model Approaches to Modelling and Control*. Taylor and Francis.
- NARENDRA, K., J. BALAKRISHNAN et M. KERMAL (1995). Adaptation and learning using multiple models, switching and tuning. *IEEE Control Systems Magazine*, pp. 37–51.
- NARENDRA, K. S. et A. M. ANNASWAMY (1989). *Stable Adaptive System*. Prentice Hall International Edition. USA.
- NARENDRA, K. S. et C. XIANG (2000). Adaptive control of discrete-time systems using multiple models. *IEEE Transactions on Automatic Control* **45**(9), 1669–1686.
- NARENDRA, K. S. et J. BALAKRISHNAN (1997). Adaptive control using multiple models. *IEEE Transactions on Automatic Control* **42**(2), 171–187.
- NARENDRA, K. S., O. A. DRIOLLET, M. FEILER et K. GEORGE (2003). Adaptive control using multiple models, switching and tuning. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing* **17**, 87–102.

- PAGES, OLIVIER (2001). Etudes et comparaison de différentes structures de commande multi-contrôleur. Application à un axe robotisé. Thèse de doctorat. Université de Savoie.
- PAGODA, D. L. et P. S. MAYBECK (1995). Reconfigurable flight controller for the stol f-15 sensor/actuator failures. In : *Proceeding on the 34th IEEE Conference on Decision & Control CDC*. New Orleans, USA. pp. 1873–1878.
- PARK, J., G. RIZZONI et W.B. RIBBENS (1994). On the representation of sensor faults in fault detection filters. *Automatica* **30**(11), 1793–1795.
- PATTON, R. J., C. J. LOPEZ TORIBIO et S. SIMANI (2001). Robust fault diagnosis in a chemical process using multiple-model approach. In : *Proceedings of the Conference on Decision and Control*. Orlando, Florida USA. pp. 149–154.
- PATTON, R., P. FRANK et R. CLARK (1989). *Fault diagnosis in dynamic systems theory an application*. Prentice Hall International series in systems and control engineering. Prentice Hall. Englewood Cliffs.
- PIGUET, Y., U. HOLMBERG et R. LONCHAMP (1999). A minimax approach for multi-objective controller design using multiple models. *International Journal of Control* **72**(7/8), 716–726.
- POLYCARPOU, M. M. et A. T. VEMURI (1995). Learning methodology for failure detection and accommodation. *IEEE Control Systems Magazine* **15**(3), 16–24.
- RAMBEAUX, F. LOUIS (2001). Génération et évaluation de résidus pour le diagnostic de systèmes incertains : approche fréquentielle. Thèse de doctorat. Université Henri Poincaré, Nancy 1. Vandoeuvre-lès-Nancy, France.
- RONG, Q., S. K. MCLOONE et G. W. IRWIN (2002). On hidden coupling in multiple model based PID controller networks. In : *15th World Congress of IFAC*. Vol. CD-Rom. Barcelone, Espagne. pp. 1622–1627.
- RUGH, W. J. et J. S. SHAMMA (2000). Research on gain scheduling. *Automatica* **36**, 1401–1425.
- SHAMMA, J. S. et A. M. ATHANS (1990). Analysis of gain scheduled control for nonlinear plants. *IEEE Transactions on Automatic Control* **35**(8), 898–907.
- SHORTEN, R., R. MURRAY SMITH, R. BJORGAN et H. GOLLEE (1999). On the interpretation of local models in blend multiple model structures. *International Journal of Control* **72**(7/8), 620–628.
- SPREITZER, K. et P. BALLÉ (2000). A multi-model approach for detection and isolation of sensor and process faults for a heat exchanger. In : *Proceedings of the American Control Conference ACC'2000*. Chicago, Illinois, USA. pp. 2730–2734.
- STEPANIAK, M. J. et P. S. MAYBECK (1997). MMAE-based control redistribution applied to the VISTA F-16. In : *Proceedings American Control Conference ACC*. Albuquerque, New Mexico, USA. pp. 133–139.

- STILWELL, D. J. et W. J. RUGH (1999). Interpolation of observer state feedback controller for gain scheduling. *IEEE Transactions on Automatic Control* **44**(6), 1225–1229.
- TAKAGI, T. et M. SUGENO (1985). Fuzzy of identification of systems and its applications for modeling and control. *IEEE Transanction on Systems, Man and Cybernetics* **15**(1), 116–132.
- TANAKA, K. et M. SUGENO (1992). Stability analysis and design of fuzzy control systems. *Fuzzy Sets and Systems* **45**(2), 135–156.
- THEILLIOL, D. (2003). Contribution à l'étude et au développement des systèmes tolérants aux défauts : diagnostic et accomodation à base de modèles linéaires et au delà. Habilitation à diriger des reherches. Université Henri Poincaré, Nancy 1. Vandoeuvre-lès-Nancy, France.
- THEILLIOL, D., M. RODRIGUES, M. ADAM MEDINA et D. SAUTER (2003). Adaptive filter design for FDI in nonlinear systems based in multiple models approach. In : *4th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Process SAFEPROCESS*. Vol. 1. Washington, DC, USA. pp. 693–698.
- ULIERU, M. (1993). From fault trees to fuzzy relations in managing heuristics for technical diagnosis. In : *IEEE Systems Man and Cybernetics Conference*. Le Touquet, France. pp. 392–397.
- VARGA, A. (1996). Optimal output feedback control : A multiple model approach. In : *Proceedings of the IEEE International Symposium on Computer-Aided Control System Design, CACSD 96*. Dearborn, MI. pp. 327–332.
- VELA-VALDÉS, L. G. (1998). Etude et élaboration d'une approche fonctionnelle pour la localisation de défauts en diagnostic - application à la simulation d'un moteur à courant continu. Thèse de doctorat. Université Henri Poincaré, Nancy 1. Vandoeuvre-lès-Nancy, France.
- WATANABE, K. (1991). *Adaptive Estimation and Control. Partitioning Approach*. Prentice Hall. U K.
- WATANABE, K. et S. G. TZAFESTAS (1990). A hierarchical multiple model adaptive control of discrete-time stochastic systems for sensor and actuator uncertanties. *Automatica* **26**(5), 875–886.
- WILLSKY, A. S. (1976). A survey of design methods for failure detection in dynamic systems. *Automatica* **12**(6), 601–611.
- WOLFRAM, A. et R. ISERMANN (2001). Fault detection of inverter-fed induction motors using a multi-model approach based on neuro fuzzy models. In : *Proceedings of the European Control Conference*. Porto, Portugal. pp. 1367–1372.
- WÜNNENBERG, J. (1990). Observed based fault detection in dynamic systems. Phd thesis. University of Duisburg. Duisburg, Germany.



- WÜNNENBERG, J. et P. M. FRANK (1990). Robust observed based detection for linear and non linear systems with application to robots. In : *IMACS Annals on Computing and Applied Mathematics MIM-S, 90*. Bruxelles, Belgique.
- ZHANG, Q., M. BASSEVILLE et A. BENVENISTE (1998a). Fault detection and isolation in nonlinear dynamic systems : a combined input-output and local approach. *Automatica* **34**(10), 1359–1373.
- ZHANG, Y. et J. JIANG (1999). An interacting multiple model based fault detection, diagnosis fault tolerant control approach. In : *Proceedings of the 39th IEEE Conference on Decision & Control CDC*. Phoenix, Arizona, USA. pp. 1682–1687.
- ZHANG, Y. et X. R. LI (1997). Detection and diagnosis of sensor and actuator failures using interacting multiple model estimation. In : *Proceedings Conference on Decision & Control CDC*. San Diego, California, USA. pp. 4475–4480.
- ZHANG, Y. et X. R. LI (1998). Detection and diagnosis of sensor and actuator failures using IMM estimator. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* **34**(4), 1293–1313.
- ZHANG, Y., X. R. LI et K. ZHOU (1998b). A fault detection and diagnosis approach based on hidden Markov chain model. In : *Proceedings American Control Conference ACC*. Philadelphia, Pensylvanie USA. pp. 4475–4480.